

MATHABRAZZA

Rallye mathématique du Centre et du Congo

Épreuve officielle - Avril 2026

Il est rappelé que toute réponse devra être accompagnée d'une justification.
Les solutions partielles seront examinées.

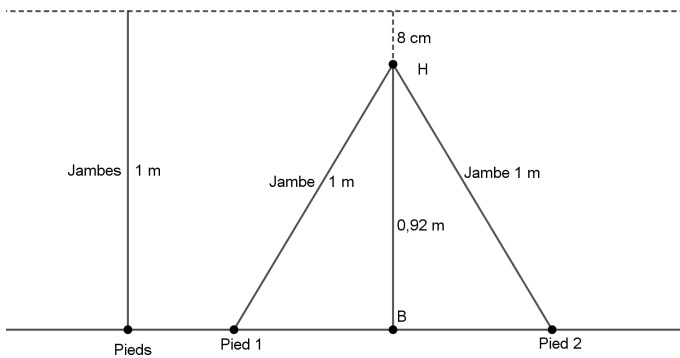
Exercice n°1

Maëlle dépasse sa mère !



5 points

- La mère mesure 1,70 m, le frère mesure 1,87 m.
 $1,87 - 0,09 = 1,78$; Maëlle mesure 1,78 m.
- $1,78 - 1,7 = 0,08$. Pour être à la même taille que sa mère, elle doit écarter les pieds pour mesurer 8 cm de moins.
La distance du point le plus haut de ses jambes au sol doit donc mesurer 0,92 m alors que les jambes mesurent toujours 1 mètre.



Ainsi avec les notations du schéma ci-dessus on a $HB = 0,92$ m et (HB) est perpendiculaire au sol (P_1P_2) .
En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle HBP_2 , on obtient :

$$\begin{aligned} (BP_2)^2 + 0,92^2 &= 1^2 \\ \text{d'où } BP_2 &= \sqrt{1 - 0,92^2} \text{ ainsi } P_1P_2 = 2\sqrt{1 - 0,8464} \\ \text{soit } P_1P_2 &= 2\sqrt{0,1536} \\ \text{soit } P_1P_2 &\approx 0,7838 \end{aligned}$$

Si Maëlle souhaite descendre à la hauteur de sa mère, elle doit écarter les pieds d'environ 78,4 cm.

Exercice n°2**Mais qui a battu qui ?****7 points**

Les 5 villes : Amboise, Blois, Châteauroux, Dreux et Vierzon sont notées A, B, C, D et V.

- Il y a au total 10 matchs.

Amboise a gagné exactement 2 matchs.

Blois a gagné exactement 3 matchs.

Châteauroux a gagné exactement 1 match.

Dreux a gagné exactement 3 matchs.

Donc Vierzon a gagné exactement 1 match, ainsi **Fred ne peut pas avoir raison.**

- Voici un tournoi possible vérifiant la déclaration de Claire : Vierzon n'a gagné qu'un match et je pense que Blois a gagné contre Dreux.

Match	AB	AC	AD	AV	BC	BD	BV	CD	CV	DV
Vainqueur	B	A	D	A	B	B	V	D	C	D

Ainsi **Claire peut avoir raison.**

- Voici un tournoi possible vérifiant la déclaration de Karim : Je crois que Vierzon n'a gagné qu'un seul match, mais que c'est Dreux qui a gagné contre Blois.

Match	AB	AC	AD	AV	BC	BD	BV	CD	CV	DV
Vainqueur	B	A	D	A	B	D	B	D	C	V

Ainsi **Karim peut avoir raison.**

- Voici un tournoi vérifiant la déclaration de Zineb : Selon moi, Vierzon a gagné contre Amboise et Amboise a battu Blois et Dreux.

Match	AB	AC	AD	AV	BC	BD	BV	CD	CV	DV
Vainqueur	A	?	A	V	?	?	?	?	?	?

Or Vierzon a gagné exactement 1 match, on obtient ainsi :

Match	AB	AC	AD	AV	BC	BD	BV	CD	CV	DV
Vainqueur	A	?	A	V	?	?	B	?	C	D

Or Châteauroux a gagné exactement 1 match, on obtient ainsi :

Match	AB	AC	AD	AV	BC	BD	BV	CD	CV	DV
Vainqueur	A	A	A	V	B	?	B	D	C	D

Ainsi Amboise va gagner 3 matchs et Blois et Dreux ne pourront pas gagner 3 matchs chacun, donc **Zineb ne peut pas avoir raison.**

Exercice n°3**Le défi des chiffres****8 points**

1. $1985 = ((5 \times 8 + 9) \times 8 + 5) \times 5$ 6 chiffres
ou encore mieux
 $1985 = 5 \times (9 \times 9 \times 5 - 8)$ 5 chiffres
2. $2026 = \left(\left(\frac{6}{2}\right) \times \left(\frac{6}{2}\right) \times \left(6 - \frac{2}{2}\right)\right)^2 + \frac{2}{2}$ 10 chiffres
ou encore mieux
 $2026 = \left(\left(\frac{6}{2}\right)^2 \times \left(6 - \frac{2}{2}\right)\right)^2 + \frac{2}{2}$ 9 chiffres
ou encore mieux
 $2026 = \left((6 \times (6 + 2) - \frac{6}{2})^2 + \frac{2}{2}\right)$ 8 chiffres
3. Pour 0, c'est trivial. On peut trouver une telle expression pour n'importe quel nombre entier, il suffit de choisir un chiffre non nul du nombre. En le divisant par lui même on obtient 1, il suffit ensuite d'ajouter autant de 1 que nécessaire afin d'obtenir le nombre voulu.

Exercice n°4**Kate intergalactique****7 points**

Il y a $4! = 24$ chemins possibles (permutations des 4 points A, B, C, D entre O départ et O retour).

Chemin	Unité d'énergie
1) O-B-D-A-C-O	33
2) O-B-D-C-A-O	30
3) O-B-A-D-C-O	41
4) O-B-A-C-D-O	34
5) O-B-C-D-A-O	42
6) O-B-C-A-D-O	38
7) O-D-B-A-C-O	39
8) O-D-B-C-A-O	40
9) O-D-A-B-C-O	51
10) O-D-A-C-B-O	38
11) O-D-C-B-A-O	48
12) O-D-C-A-B-O	34
13) O-A-B-D-C-O	43
14) O-A-B-C-D-O	48
15) O-A-D-B-C-O	47
16) O-A-D-C-B-O	42
17) O-A-C-B-D-O	40
18) O-A-C-D-B-O	30
19) O-C-B-D-A-O	47
20) O-C-B-A-D-O	51
21) O-C-D-B-A-O	43
22) O-C-D-A-B-O	41
23) O-C-A-B-D-O	39
24) O-C-A-D-B-O	33

Meilleurs Chemins : O-A-C-D-B-O et O-B-D-C-A-O avec 30 unités d'énergies.

Exercice n°5**Les drones assurent le spectacle !****7 points**

Nombre de rangées	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Nombres de drones	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66	78	91

$$91 = 36 + 55$$

$$91 = 3 + 10 + 78$$

$$91 = 10 + 15 + 66$$

$$91 = 10 + 36 + 45$$

$$91 = 15 + 21 + 55$$

$$91 = 1 + 3 + 21 + 66$$

$$91 = 3 + 15 + 28 + 45$$

$$91 = 6 + 21 + 28 + 36$$

$$91 = 10 + 15 + 21 + 45$$

$$91 = 1 + 3 + 6 + 15 + 66$$

$$91 = 1 + 3 + 6 + 36 + 45$$

$$91 = 1 + 3 + 6 + 15 + 21 + 45$$

$$91 = 3 + 6 + 10 + 15 + 21 + 36$$

Il y a 13 configurations possibles

Nombre groupes	Rangées par groupe	Configurations
2	(10,8)	$55+36 = 91$
3	(12,4,2)	$78+10+3 = 91$
3	(11,5,4)	$66+15+10 = 91$
3	(9,8,4)	$45+36+10 = 91$
3	(10,6,5)	$55+21+15 = 91$
4	(11,6,2,1)	$66+21+3+1 = 91$
4	(9,7,5,2)	$45+28+15+3 = 91$
4	(8,7,6,3)	$36+28+21+6 = 91$
4	(9,6,5,4)	$45+21+15+10 = 91$
5	(11,5,3,2,1)	$66+15+6+3+1 = 91$
5	(9,8,3,2,1)	$45+36+6+3+1 = 91$
6	(9,6,5,3,2,1)	$45+21+15+6+3+1 = 91$
6	(8,6,5,4,3,2)	$36+21+15+10+6+3 = 91$
Total		13 configurations

Exercice n°6**Mettre la boule mais ne pas la perdre !****9 points**

1. On modélise le billard par un rectangle $ABCD$ de dimensions :

$$AB = 210 \text{ cm} \quad \text{et} \quad AD = 95 \text{ cm}.$$

Les points E et F sont les milieux de $[AB]$ et $[DC]$.

- $\widehat{ANM} = 20^\circ$

- $CF = BE = AE = DF = 105 \text{ cm}$

Dans le triangle rectangle NBO , on a $\widehat{BNO} = \widehat{ANM} = 20^\circ$ (par symétrie des angles de rebond). D'où $\widehat{NOB} = 70^\circ$.

- **Calcul de FO :**

Dans le triangle FOC , on a donc $\widehat{FOC} = 20^\circ$ et en utilisant cosinus :

$$\cos(20^\circ) = \frac{FC}{FO}$$

Or, $FC = 105 \text{ cm}$. Donc :

$$FO = \frac{105}{\cos(20^\circ)} \approx \mathbf{111,74 \text{ cm}}$$

- **Calcul de OC :**

On utilise tangente dans le triangle FOC :

$$\tan(20^\circ) = \frac{OC}{FC}$$

Donc :

$$OC = 105 \cdot \tan(20^\circ) \approx 38,22 \text{ cm}$$

- **Calcul de OB :**

$$OB = 95 - OC = 210 - OC = 105 \cdot \tan(20^\circ) \approx 56,78 \text{ cm}.$$

- **Calcul de NO :** On utilise sinus dans le triangle BON :

$$ON = \frac{OB}{\sin(20^\circ)} = \frac{105 \cdot \tan(20^\circ)}{\sin(20^\circ)} \approx \mathbf{166,02 \text{ cm}}.$$

- **Calcul de NB :** On utilise tangente dans le triangle BON :

$$BN = \frac{OB}{\tan(20^\circ)} = \frac{105 \cdot \tan(20^\circ)}{\tan(20^\circ)} \approx 156,00 \text{ cm}.$$

- **Calcul de AN :**

$$AN = AB - BN = 210 - \frac{105 \cdot \tan(20^\circ)}{\tan(20^\circ)} \approx 54,00 \text{ cm}.$$

- **Calcul de MN :** On utilise la cosinus dans le triangle ANM :

$$MN = \frac{AN}{\cos(20^\circ)} = 210 - \frac{105 \cdot \tan(20^\circ)}{\tan(20^\circ)} \times \frac{1}{\cos(20^\circ)} \approx \mathbf{57,46 \text{ cm}}.$$

- **Calcul de la distance totale :**

La distance totale parcourue par la boule est :

$$NM + NO + FO \approx \mathbf{335,2 \text{ cm}}.$$

2. • **Calcul de AM :** On utilise le sinus dans le triangle ANM :

$$AM = MN \cdot \sin(20^\circ) \approx \mathbf{19,65 \text{ cm}}.$$

On peut aussi utiliser le théorème de Pythagore.

- **Calcul de AL :** (MN) et (LE) étant parallèles, on peut utiliser le théorème de Thalès dans les triangles AMN et ALE .

$$\frac{AM}{AL} = \frac{AN}{AE}$$

or $AE = 105$ d'où

$$AL = \frac{105 \times AM}{AN} \approx \mathbf{38,2 \text{ cm.}}$$

- **On peut aussi utiliser la trigonométrie dans le triangle AEL :**

(MN) et (LE) étant parallèles on a : $\widehat{ANM} = \widehat{AEL} = 20^\circ$.

Ainsi en utilisant la tangente dans le triangle AEL on obtient :

$$AL = AE \times \tan(20^\circ) = 105 \times \tan(20^\circ) \approx \mathbf{38,2 \text{ cm.}}$$

Exercice n°7**Voler sans trop dépenser !****9 points**

En utilisant les notations suivantes :

- t pour le temps de vol
- d pour la distance de vol
- c pour le coût de vol
- v pour la vitesse de vol

ainsi que la relation $v = \frac{d}{t}$ soit $t = \frac{d}{v}$

On trouve pour chacun des deux amis :

$$v_S = 175 \text{ km/h} \quad \text{et} \quad v_L = 82 \text{ noeuds} = 151,864 \text{ km/h} \quad \text{et} \quad d_L + d_S = 678 \text{ km}$$

d'où :

$$t_L = \frac{d_L}{151,864} \quad \text{et} \quad t_S = \frac{d_S}{175}$$

$$\text{Ainsi } c_L = 22 \times \frac{d_L}{151,864} \quad \text{et} \quad c_S = 30 \times \frac{d_S}{175}$$

En écrivant que les coûts doivent être identiques on obtient :

$$22 \times \frac{d_L}{151,864} = 30 \times \frac{d_S}{175}$$

Or $d_S = 678 - d_L$ d'où :

$$22 \times \frac{d_L}{151,864} = 30 \times \frac{678 - d_L}{175}$$

Ainsi

$$22 \times \frac{d_L}{151,864} + 30 \times \frac{d_L}{175} = 30 \times \frac{678}{175}$$

$$d_L = \frac{678 \times 30}{175} : \left(\frac{22}{151,864} + \frac{30}{175} \right) \quad \text{soit } d_L \approx 367,47 \text{ km} \quad \text{d'où } d_S \approx 310,53 \text{ km}$$

$$\text{Le coût commun est } 22 \times \frac{d_L}{151,864} = 30 \times \frac{d_S}{175} \approx 53,23 \text{ €}$$

$$\text{Et les temps de vol respectifs sont : } t_L = \frac{d_L}{151,864} \approx 2,42 \text{ h} \quad \text{et} \quad t_S = \frac{d_S}{175} \approx 1,77 \text{ h}$$

Exercice n°8**Trois vélos sous codes****8 points**

1. • Le 1er cadenas peut s'écrire ABA avec A et B deux entiers de 0 à 9, on a donc $A^2B=24$.
On cherche les diviseurs de 24.

B	A^2	A
1	24	/
2	12	/
3	8	/
4	6	/
6	4	2
8	3	/

La seule combinaison possible pour le 1er cadenas est 262.

- Le 2eme cadenas peut s'écrire CDC avec C et D deux entiers de 0 à 9, on a donc $2C+D=15$.

D	C	$2C+D=15$
1	7	oui
2	/	impossible
3	6	oui
4	/	impossible
5	5	oui
6	/	impossible
7	4	oui
8	/	impossible
9	3	oui
0	/	impossible

Les seules combinaisons possibles pour le 2nd cadenas sont 717, 636, 555, 474 et 393.

- Le 3eme cadenas peut s'écrire EFE avec E et F deux entiers de 0 à 9.
Le code est un multiple de 45, les premiers multiples de 45 sont : 000, 045, 090, 135, 180, 225, 270, 315, 360, 405, 450, 495, 540, 585, 630, 675, 720, 765, 810, 855, 900, 945 et 990.
Les seules combinaisons possibles pour le 3eme cadenas sont 000, 090 et 585.
2. A reconnait les cadenas de B et de C. Il sait qu'il y a 5 codes possibles pour le cadenas de B et 3 codes possibles pour le cadenas de C. Cela fait donc $3 \times 5 = 15$ possibilités à tester, donc la probabilité qu'il les ouvre du premier coup est de $\frac{1}{15}$.
3. Le voleur sait quels sont les codes possibles pour chacun des 3 cadenas mais ne sait pas identifier les 3 cadenas rencontrés et comme aucun code n'est commun à deux cadenas, il y a donc 6 possibilités d'associer les 3 cadenas aux combinaisons.

Cadenas 1	Cadenas 2	Cadenas 3	possibilités
1	5	3	15
1	3	5	15
3	1	5	15
3	5	2	15
5	1	3	15
5	3	1	15

$6 \times 15 = 90$.

La probabilité que le voleur, qui ne sait pas quel cadenas est à qui, puisse ouvrir les 3 cadenas du premier coup est donc de $\frac{1}{90}$