

Corrigé - B.E.P.C 2020 - Mathématiques

A) Activité numériques et diverses

Exercice 1

a. Vrai.

b. Faux.

En effet, en prenant $x = 1$ et $y = 4$, on a $|x - y| = |1 - 4| = |-3| = 3$

Mais $|x| - |y| = |1| - |4| = 1 - 4 = -3$.

Ce qui prouve que l'inégalité : $|x - y| \leq |x| - |y|$ est fausse pour $x = 1$ et $y = 4$.

c. Vrai.

d. Faux.

En effet, en prenant $x = -1$ et $y = 4$, on a $|x + y| = |-1 + 4| = |3| = 3$

Mais $|x| + |y| = |-1| + |4| = 1 + 4 = 5$.

Ce qui prouve que l'inégalité : $|x + y| \geq |x| + |y|$ est fausse pour $x = -1$ et $y = 4$.

Exercice 2

a. Factorisons d'abord l'expression : $x^2 - 25$

Cette expression est de la forme $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$.

D'où $x^2 - 25 = x^2 - 5^2 = (x - 5)(x + 5)$.

Factorisons maintenant $E = (3x - 2)(x + 5) - (x^2 - 25)$

$$E = (3x - 2)(x + 5) - (x^2 - 25)$$

$$= (3x - 2)(x + 5) - (x^2 - 5^2)$$

$$= \underbrace{(x + 5)}_k \underbrace{(3x - 2)}_a - \underbrace{(x + 5)}_k \underbrace{(x - 5)}_b \quad \text{c'est de la forme } k \times a - k \times b = k \times (a - b)$$

$$= (x + 5) \times [(3x - 2) - (x - 5)]$$

$$= (x + 5) \times (3x - 2 - x + 5)$$

$$= (x + 5)(2x + 3)$$

L'expression factorisée de $E = (3x - 2)(x + 5) - (x^2 - 25)$ est $E = (x + 5)(2x + 3)$.

b. On sait qu'un produit de facteurs est nul, si et seulement si l'un des facteurs est nul c'est à dire :

$$a \times b = 0 \iff a = 0 \text{ ou } b = 0.$$

On en déduit que :

$$(x + 5)(2x + 3) = 0 \iff x + 5 = 0 \text{ ou } 2x + 3 = 0$$

$$\iff x = -5 \text{ ou } 2x = -3$$

$$\iff x = -5 \text{ ou } x = -\frac{3}{2}$$

L'équation $(x + 5)(2x + 3) = 0$ admet pour solutions, l'ensemble $S = \left\{-5; -\frac{3}{2}\right\}$.

Exercice 3

- a. f étant de la forme $f(x) = ax + b$ avec $a = 2$ et $b = -4$ est donc une fonction affine. Comme $a = 2 > 0$, alors f est une fonction croissante.
- b. f étant une fonction affine, alors sa représentation graphique est une droite.

Tableau de valeurs de f

Pour $x = 0$, $f(0) = -4$

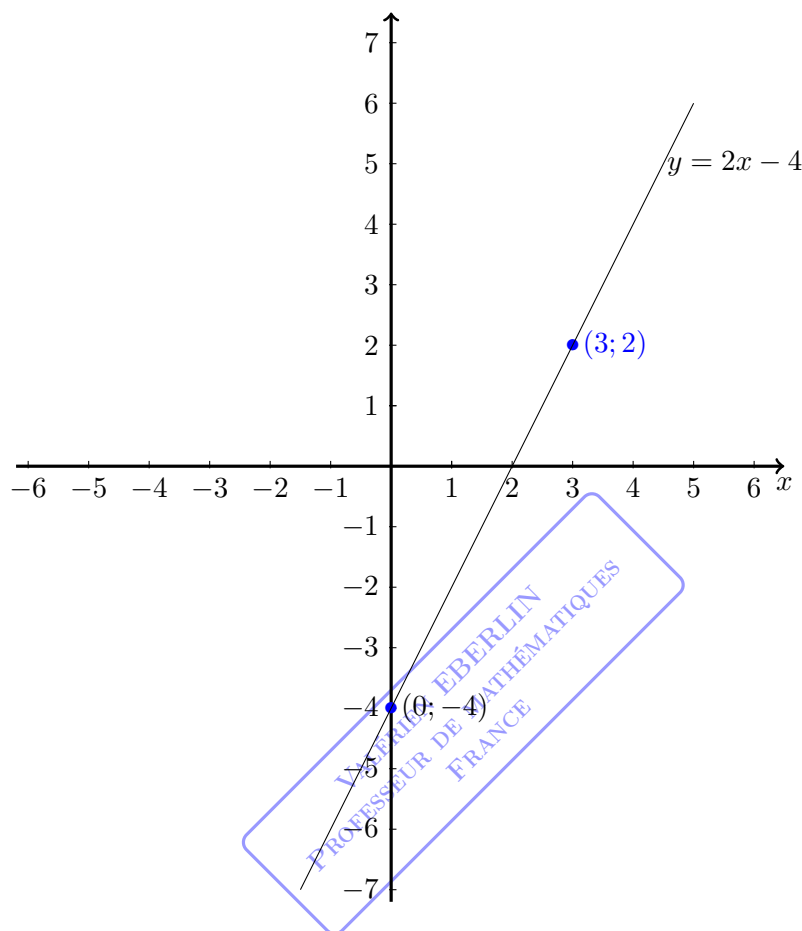
Pour $x = 3$, $f(3) = 2 \times 3 - 4 = 2$.

D'où le tableau de valeurs :

x	0	3
$f(x)$	-4	2

La droite représentative de f est la droite qui passe par les points $(0, -4)$ et $(3; 2)$.

Représentation graphique de f



Problème A

1 L'effectif total est : $6 + 2 + 5 + 7 = 20$.

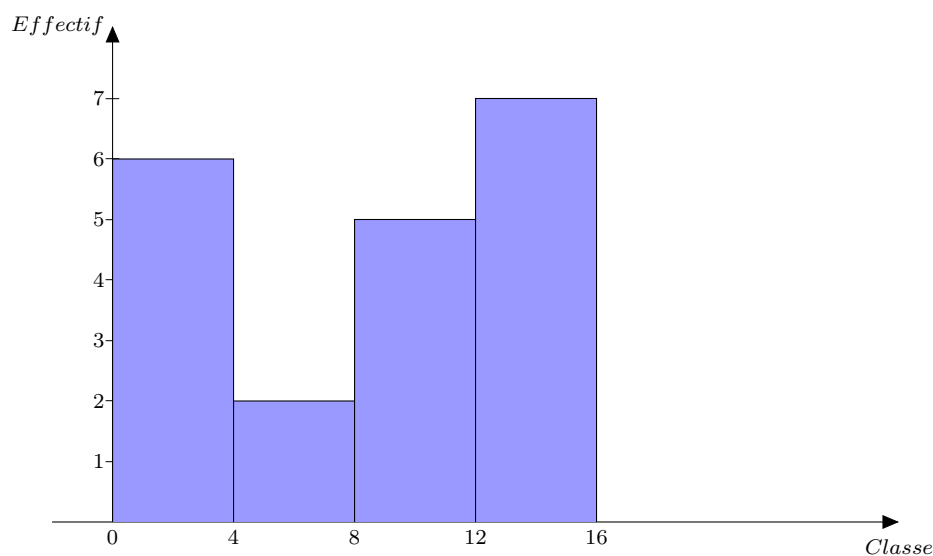
2

Note (en classe)	$[0; 4[$	$[4; 8[$	$[8; 12[$	$[12; 16[$
Centre de classe	2	6	10	14
Effectif	6	2	5	7

- 3
- L'amplitude de la classe $[0; 4[$ est $4 - 0 = 4$;
 - L'amplitude de la classe $[4; 8[$ est $8 - 4 = 4$;
 - L'amplitude de la classe $[8; 12[$ est $12 - 8 = 4$;
 - L'amplitude de la classe $[12; 16[$ est $16 - 12 = 4$.

On en déduit que l'amplitude de la série statistique est 4.

4



B) Activités géométriques

Exercice 1

La **médiane** d'un triangle c'est toute droite qui passe par son sommet et par le **milieu** du côté opposé à ce sommet.

La **hauteur** d'un triangle c'est toute droite qui passe par un sommet et qui est **perpendiculaire** au support du côté opposé à ce sommet.

Exercice 2

La droite $(\mathcal{D})$ passant par le point A et de vecteur directeur $\vec{v}$ est donnée par l'équation :

$$(\mathcal{D}) : \frac{x - x_A}{a} = \frac{y - y_A}{b} \quad \text{où } (a; b) \text{ sont les coordonnées du vecteur } \vec{v}.$$

$$(\mathcal{D}) : \frac{x - 2}{3} = \frac{y - (-1)}{-1}$$

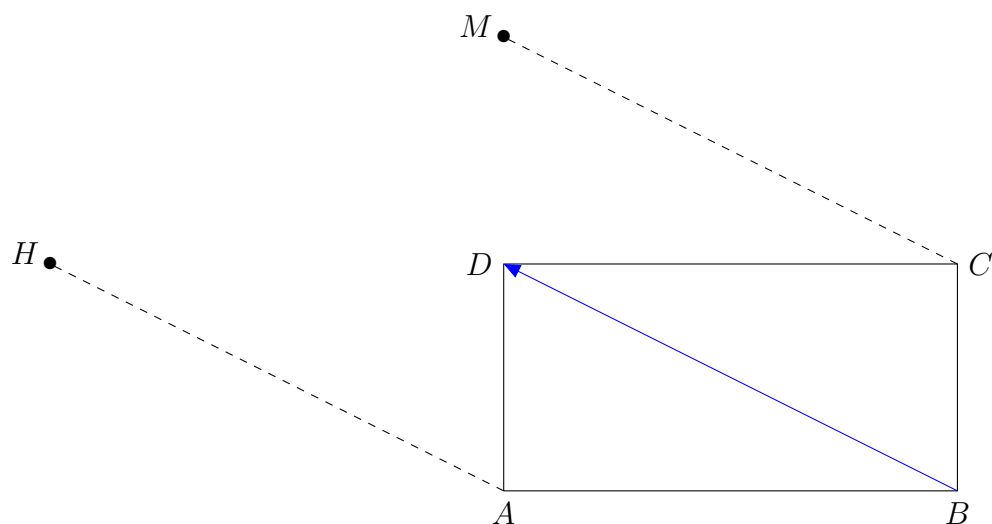
$$(\mathcal{D}) : \frac{x - 2}{3} = \frac{y + 1}{-1}$$

En appliquant l'égalité des produits en croix à l'égalité précédente, on obtient $-x + 2 = 3(y + 1)$ ou encore $-x + 2 = 3y + 3$.

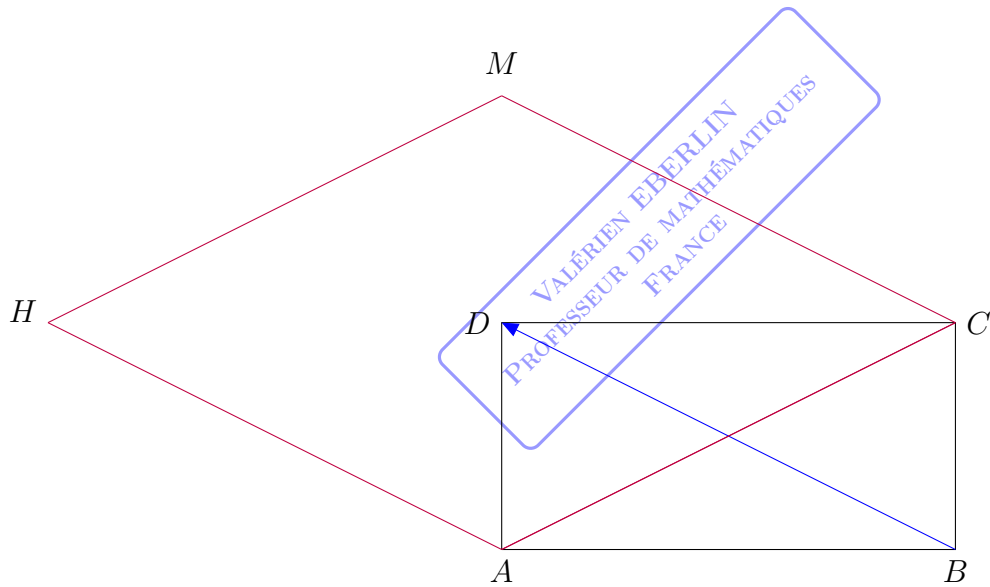
D'où l'équation cartésienne de la droite $(\mathcal{D}) : x + 3y + 1 = 0$.

Exercice 3

1



2



Le quadrilatère $ACMH$ est un losange.

(1) $AH = AC$

En effet, comme $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{BD}$ alors $AH = BD$. Or $BD = AC$ (car les diagonales d'un rectangle sont de même longueur). Donc $AH = AC$

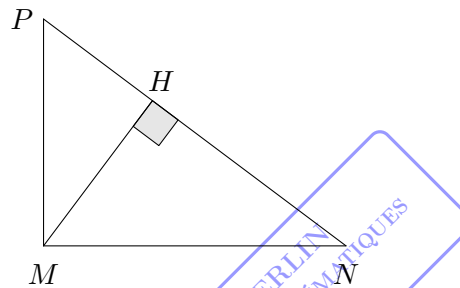
(2) De plus, $ACMH$ est un parallélogramme

En effet, comme $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CM}$, alors $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{CM}$. De cette dernière égalité, on en déduit que le quadrilatère $AHMC$ (qui est le même que le quadrilatère $ACMH$) est un parallélogramme.

D'après (1) et (2), $ACMH$ est un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs de même longueur : c'est donc un losange.

Problème B

1



2

$$\begin{aligned} NP^2 &= 5^2 \\ &= 25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} MN^2 + MP^2 &= 4^2 + 3^2 \\ &= 16 + 9 \\ &= 25 \end{aligned}$$

J'en déduis que $NP^2 = MN^2 + MP^2$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle MNP est rectangle en M .

3 Calcul de NH

- Dans le triangle MNP rectangle en M , $\cos(\widehat{MNP}) = \frac{MN}{NP} = \frac{4}{5}$.
- Dans le triangle MNH rectangle en H , $\cos(\widehat{MNH}) = \frac{NH}{MN} = \frac{NH}{4}$.

Or $\widehat{MNP} = \widehat{MNH}$. On en déduit que $\frac{4}{5} = \frac{NH}{4}$.

D'où $NH = \frac{4 \times 4}{5} = 3,2$ cm.

Calcul de MH

Dans le triangle MNH rectangle en H , j'applique le théorème de Pythagore.

$$MN^2 = MH^2 + NH^2$$

$$4^2 = MH^2 + 3,2^2$$

On en déduit que $MH^2 = 4^2 - 3,2^2 = 5,76$

D'où $MH = \sqrt{5,76} = 2,4$ cm.