# Corrigé - B.E.P.C 2019 - Mathématiques



## A) Activités numériques et diverses

### Exercice 1

**a.** Rappelons que la partie entière d'un logarithme (en base 10) est appelée caractéristique et sa partie décimale est appelée mantisse.

$\log E = 2 + 0,43136.$
La caractéristique de $\log E$ est 2.
La mantisse de $\log E$ est $0,43136$.

**b.**

$$\begin{aligned}
F &= \log 0,01 + \log 27000 \\
&= \log 10^{-2} + \log(27 \times 10^3) \\
&= -2\log 10 + \log 27 + \log 10^3 \\
&= -2\underbrace{\log 10}_{=1} + \log 3^3 + 3\underbrace{\log 10}_{=1} \\
&= \quad -2 \quad + \ 3\log 3 \ + \ 3 \\
&= 1 + 3\log 3 \\
&= 1 + 3 \times 0,47712 \\
&= 2,43136
\end{aligned}$$

### Exercice 2

Interprétation

- Il y a 6 personnes qui ont passé 4 à 8 heures (exclues) devant la télévision ;
- Il y a 5 personnes qui ont passé 8 à 12 heures (exclues) devant la télévision ;
- Il y a 2 personnes qui ont passé 12 à 16 heures (exclues) devant la télévision ;
- Il y a 4 personnes qui ont passé 16 à 20 heures (exclues) devant la télévision.

D'où l'effectif total est : $6 + 5 + 2 + 4 = 17$ personnes.

VALÉRIEN EBERLIN
PROFESSEUR DE MATHÉMATIQUES
FRANCE

D'où le tableau des effectifs en classes d'amplitude 4 :

| Note (en classe) | $[4;8[$ | $[8;12[$ | $[12;16[$ | $[16;20[$ |
|---|---|---|---|---|
| Effectif | 6 | 5 | 2 | 4 |

## Exercice 3

**a.** La fonction affine $h(x) = -\frac{1}{3}x+1$ a pour coefficient directeur (taux d'accroissement) $-\frac{1}{3}$.
Comme le coefficient directeur de $h$ est strictement négatif, alors $h$ est une fonction strictement décroissante.

**b.** $h$ étant une fonction affine, alors sa représentation graphique est une droite.

Déterminons un tableau de valeurs de $h$

Pour $x = 0$, $\quad h(0) = -\frac{1}{3} \times 0 + 1 = 1$

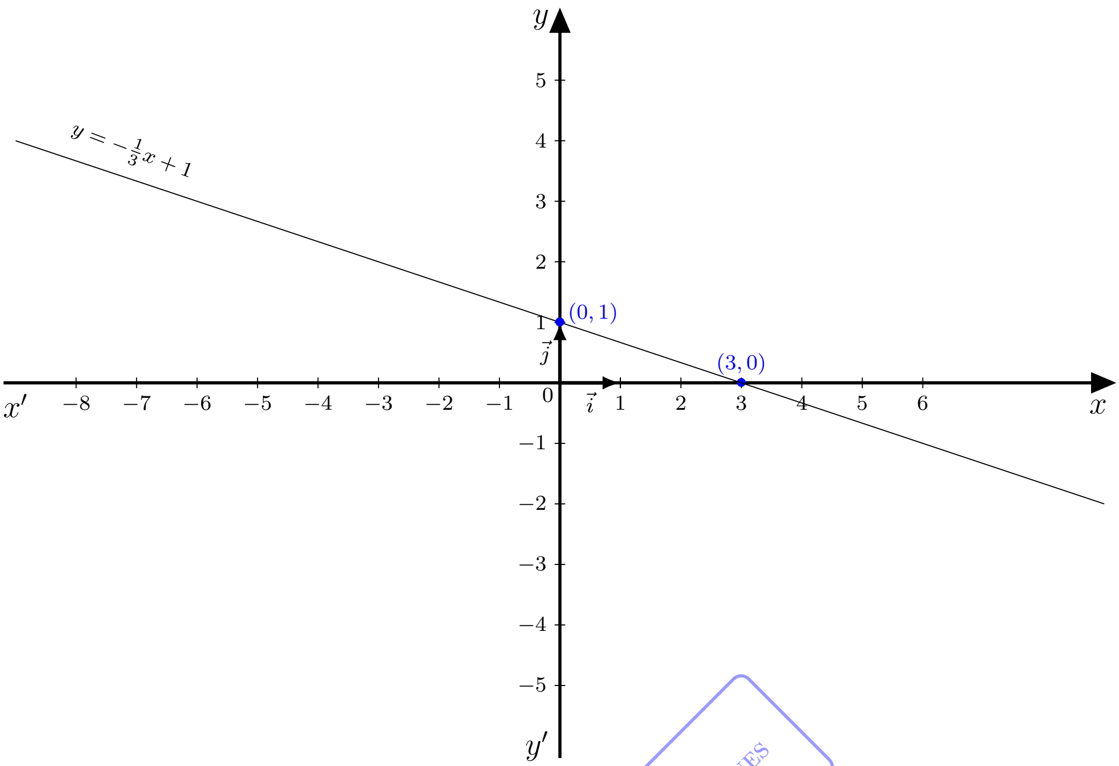
Pour $x = 3$, $\quad h(3) = -\frac{1}{3} \times 3 + 1 = -1 + 1 = 0$.

D'où le tableau de valeurs :

| $x$ | 0 | 3 |
|---|---|---|
| $h(x)$ | 1 | 0 |

Représentation graphique de $h$

La droite représentative de $h$ est la droite qui passe par les points $(0, 1)$ et $(3; 0)$.



# Problème A

**1** $F$ est définie pour toutes les valeurs de $x$, sauf celles où le dénominateur s'annule c'est à dire, $F$ est définie si et seulement si $x \neq -2$.

Donc l'ensemble de définition de $F$ est l'ensemble $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.



**2** Pour $x = \sqrt{5}$,

$$\begin{aligned}
F &= \frac{\sqrt{5}+3}{\sqrt{5}+2} \\
&= \frac{(\sqrt{5}+3)(\sqrt{5}-2)}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)} \\
&= \frac{\sqrt{5}\times\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} - 3\times 2}{(\sqrt{5})^2 - 2^2} \\
&= \frac{5+\sqrt{5}-6}{5-4} \\
&= -1+\sqrt{5}
\end{aligned}$$

**3** $x+3 = 0$ si $x = -3$.
$x+2 = 0$ si $x = -2$.

D'où le tableau de signes :

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $-2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x+3$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $x+2$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $\dfrac{x+3}{x+2}$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $\parallel$ | $+$ | |

D'où l'ensemble de solution $S = ]-3\,;-2[$.

**4** Comme $2,236 < \sqrt{5} < 2,237$, alors $-1+2,236 < -1+\sqrt{5} < -1+2,237$.
D'où $1,236 < L < 1,237$ est l'encadrement de $\sqrt{5}$ à $10^{-3}$ car $1,237 - 1,236 = 0,001 = 10^{-3}$.

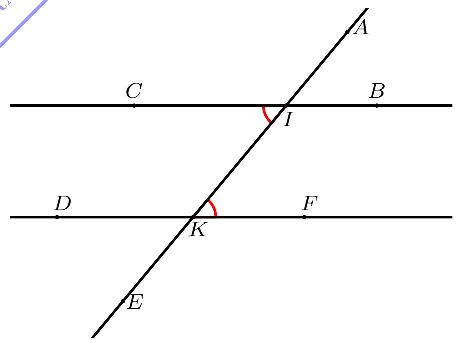
# B) Activités géométriques



## Exercice 1

**a.** Vrai.

Les angles $\widehat{KIC}$ et $\widehat{IKF}$ sont alternes-internes, formés par deux droites parallèles coupées par une sécantes. Donc $\widehat{KIC} = \widehat{IKF}$.

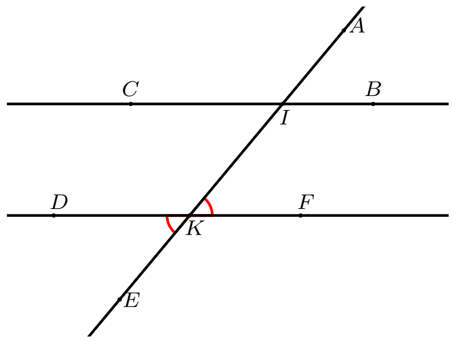



En effet, on utilise la propriété suivante :
Si deux angles alternes-internes sont formés par deux droites parallèles coupées par une sécante, alors ils sont de même mesure.

**b.** Faux

**c.** Vrai.

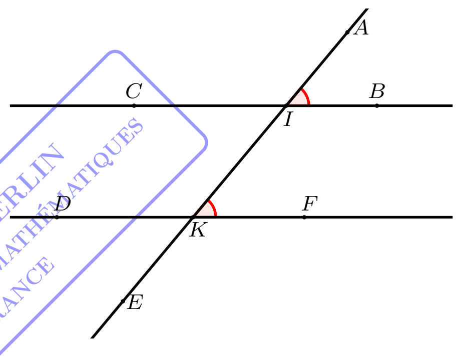
Les angles $\widehat{IKF}$ et $\widehat{DKE}$ sont opposés par le sommet $K$. Donc $\widehat{IKF} = \widehat{DKE}$.




En effet, on utilise la propriété suivante :
Si deux angles sont opposés par un sommet, alors ils sont de même mesure.

**d.** Vrai.

Les angles $\widehat{AIB}$ et $\widehat{IKF}$ sont correspondants, formées par deux droites parallèles coupées par une sécante. Donc $\widehat{AIB} = \widehat{IKF}$.

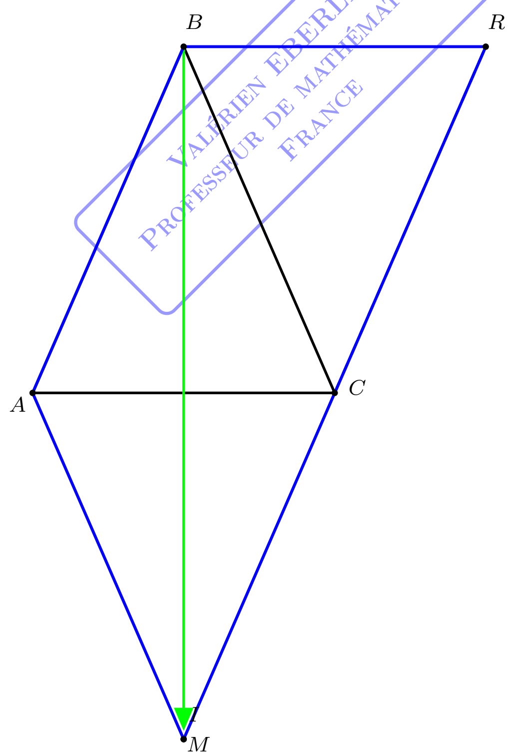



VALÉRIEN EBERLIN
PROFESSEUR DE MATHÉMATIQUES
FRANCE

En effet, on utilise la propriété suivante :
Si deux angles correspondants sont formés par deux droites parallèles coupées par une sécante, alors ils sont de même mesure.

## Exercice 2

**a.**




**b.** Le quadrilatère $ABRM$ ayant deux côtés, $(AB)$ et $(MR)$, parallèles est un trapèze.

<u>Montrons que $ABRM$ est un trapèze</u>

De l'égalité $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$

On en déduit que $-\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{BC}$. Ou encore $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC}$. D'où $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MC}$.

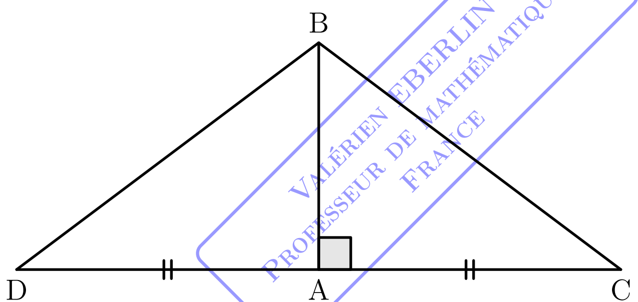
Or d'après l'énoncé, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CR}$.

D'où $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{CR}$ ou encore $2\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MR}$.

L'égalité $2\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MR}$ montre que les côtés $[AB]$ et $[MR]$ sont parallèles.

$ABRM$ est donc un quadrilatère qui a deux côtés parallèles : c'est un trapèze.

## Exercice 3



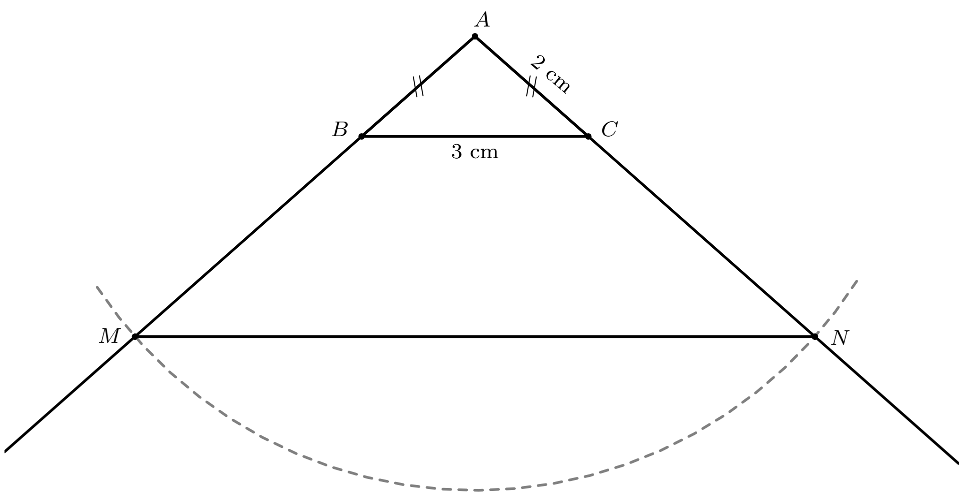
- Le triangle $BDC$ est isocèle en $B$.

Une rotation d'angle 180° étant une symétrie centrale, on en déduit que $A$ est le milieu de $[DC]$.
Il vient que la droite $(AB)$ coupe le segment $[DC]$ en son milieu et est perpendiculaire à ce segment : c'est donc la médiatrice du segment $[DC]$.
Or tout point situé sur la médiatrice d'un segment, est à égale distance des extrémités de ce segment.
D'où $BD = BC$. Donc le triangle $BDC$ est isocèle en $B$.



## Problème B

**1**




**2** **a.** Les droites $(MN)$ et $(BC)$ sont parallèles.

- Les points $A$, $B$, $M$ et $A$, $C$, $N$ sont alignés dans le même ordre.
- De plus, $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = 3$.
D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites $(MN)$ et $(BC)$ sont parallèles

**b.** La transformation géométrique qui permet de passer du triangle $ABC$ au triangle $AMN$ est l'homothétie de centre $A$ et de rapport 3.

En effet, on a les égalités vectorielles : $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB}$ ; $\overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AC}$.
Autrement dit, si $h_{(A,3)}$ est l'homothétie de centre $A$ et de rapport 3,
alors : $\begin{cases} h_{(A,3)}(A) = A \\ h_{(A,3)}(B) = M \\ h_{(A,3)}(C) = N \end{cases}$
On en déduit que l'homothétie de centre $A$ et de rapport 3 transforme le triangle $ABC$ en le triangle $AMN$.



**3** - Les droites $(MB)$ et $(NC)$ sont sécantes en $A$.

- De plus, $(MN)//(BC)$

  D'après le théorème de Thalès : $\dfrac{AB}{AM} = \dfrac{AC}{AN} = \dfrac{BC}{MN}$.

  $\dfrac{2}{6} = \dfrac{3}{MN}$.

  D'où $MN = \dfrac{3 \times 6}{2} = 9$ cm