

Sujet bac 2018 - Série D

Exercice 1 5 points

Le plan complexe $\mathbb{C}$ étant rapporté au repère orthonormal direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.
On considère les points A, B, C et D d'affixes respectives

$$Z_A = 1 + 2i \quad ; \quad Z_B = -1 + 2i \quad ; \quad Z_C = 1 - i \quad ; \quad Z_D = 1$$

- 1**
 - a. Déterminer l'affixe $Z_{\vec{BC}}$ du vecteur $\vec{BC}$.
 - b. Déterminer l'expression analytique de la translation de vecteur $\vec{BC}$.
 - c. Trouver l'affixe du point A' image du point A par la translation de vecteur $\vec{BC}$.
- 2**
 - a. Prouver qu'une mesure, en radian, de l'angle $(\vec{AD}, \vec{AB})$ est $-\frac{\pi}{2}$.
 - b. Écrire l'expression analytique de la rotation R de centre A et d'angle $(\vec{AD}, \vec{AB})$.
 - c. Trouver l'affixe du point C' image du point C par la rotation R .
- 3** Déterminer le rapport et l'angle de la similitude plane directe S de centre A et qui transforme B en A .

Exercice 2 5 points

Soit $\mathcal{E}$ un plan vectoriel rapporté à sa base canonique $(\vec{i}, \vec{j})$.
On considère les deux droites vectorielles $(\mathcal{D}_1)$ et $(\mathcal{D}_2)$ d'équations cartésiennes respectives $x - 2y = 0$ et $x + y = 0$ de ce plan.

- 1** Vérifier que les droites $(\mathcal{D}_1)$ et $(\mathcal{D}_2)$ sont engendrées respectivement par les vecteurs $\vec{e}_1 = 2\vec{i} + \vec{j}$ et $\vec{e}_2 = -\vec{i} + \vec{j}$.
- 2** Prouver que la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ est une base de $\mathcal{E}$.
- 3** Montrer que les sous-espaces vectoriels $(\mathcal{D}_1)$ et $(\mathcal{D}_2)$ sont supplémentaires dans $\mathcal{E}$.
- 4** Soit f un endomorphisme de $\mathcal{E}$ défini par : $f(\vec{e}_1) = \vec{e}_1$ et $f(\vec{e}_2) = -\vec{e}_2$.
Exprimer les vecteurs $f(\vec{i})$ et $f(\vec{j})$ dans la base $(\vec{i}, \vec{j})$.

Exercice 3 6 points

Soit la fonction numérique f à variable réelle x , définie par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln x}{-1 + \ln x} & \text{si } x > 0 \\ e^{-2x} & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

On désigne par $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de f dans le repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique : 2 cm.

- 1** Déterminer l'ensemble de définition de f .

- 2 Vérifier que la fonction f est continue en $x = 0$.
- 3 Étudier la dérivabilité de f en $x = 0$.
- 4
 - a. Déterminer la fonction dérivée f' de f .
 - b. Dresser le tableau de variation de f .
- 5
 - a. Préciser les branches infinies à la courbe $(\mathcal{C})$ de f .
 - b. Tracer $(\mathcal{C})$.
- 6 Calculer l'aire $\mathcal{A}$ du domaine limité par la courbe $(\mathcal{C})$ de f , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = -1$; $x = 0$.

Exercice 4

4 points

Le tableau ci-dessous représente le couple (x, y) des deux caractères d'une série statistique. x est le nombre de jours et y le poids en mg d'une larve.

x	1	2	3	4	5	6
y	0,2	1,4	1,8	2	2,6	3

- 1 Calculer les coordonnées $\bar{x}$ et $\bar{y}$ du point moyen G .
- 2 Déterminer l'équation de la droite de régression linéaire de y en x .
- 3 Estimer le poids de la larve au 7ème jour.