

Sujet bac 2013 - Série D

Exercice 1

4 points

Les caractères X et Y sont distribués suivant le tableau à double entrée ci-après :

$X \backslash Y$	-1	0	2
-2	4	0	2
-1	3	5	0
0	2	1	2

- 1 Dresser la loi marginale de X et celle de Y .
- 2 Trouver les coordonnées du point moyen $G(X, Y)$.
- 3 Déterminer l'équation de la droite de régression de Y en X .
- 4 Calculer le coefficient de corrélation linéaire de la série statistique.

Exercice 2

4 points

Le plan $(\mathcal{P})$ est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

- 1 Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation $(E) : Z^3 + 8 = 0$.
On donnera les solutions de (E) sous la forme algébrique.

Soit A , B , et C les points d'affixes des complexes : $Z_A = 1 + i\sqrt{3}$; $Z_B = -2$; $Z_C = 1 - i\sqrt{3}$.

- 2 a. Calculer le module et un argument de U tel que : $U = \frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A}$.
b. En déduire la nature du triangle ABC .

Soit S , la rotation définie dans $(\mathcal{P})$ telle que : $S(A) = C$ et $S(C) = B$.

- 3 a. Déterminer l'expression complexe de S .
b. Déterminer les éléments caractéristiques de S .

Problème

12 points

Partie A

Soit g la fonction numérique de la variable réelle x définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$g(x) = 1 - x^2 - \ln x$$

- 1** Étudier les variations de g , puis dresser son tableau de variation.
- 2** Calculer $g(1)$, puis en déduire le signe de g sur $]0; +\infty[$.

Partie B

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie par :

$$f(x) = \begin{cases} 1 + x - e^{1-x} & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{2x - x^2 + \ln x}{x} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

On désigne par $(\mathcal{C})$, la courbe représentative de f dans le repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ du plan d'unité graphique : 2 cm.

- 1** Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f .
- 2**
 - a.** Étudier la continuité et la dérivabilité de f au point $x = 1$.
 - b.** Pour $x \in]1; +\infty[$, exprimer $f'(x)$ en fonction de $g(x)$.
- 3** Étudier les variations de f et dresser son tableau de variation.
- 4** Démontrer que la droite (Δ) d'équation $y = 2 - x$ est asymptote à la courbe $(\mathcal{C})$ de la fonction f et étudier la position de la droite (Δ) par rapport à cette courbe.
- 5** Écrire l'équation de la tangente $(\mathcal{T})$ à la courbe $(\mathcal{C})$ de f en $x = 0$.
- 6** Étudier les branches infinies de la courbe $(\mathcal{C})$ de la fonction f .
- 7** Construire dans le même repère, la courbe $(\mathcal{C})$ de f , la droite (Δ) et la tangente $(\mathcal{T})$.
- 8** Calculer l'aire $\mathcal{A}(D)$ du domaine du plan limité par la courbe $(\mathcal{C})$, la droite (Δ) et les axes $x = \frac{3}{2}$ et $x = e$.
On prendra $\ln 2 \approx 0,7$; $e \approx 2,7$.