Sujet bac 2012 - Série D

Exercice 1 4 points

On considère la série statistique à double variable X et Y définie par le tableau ci-après :

X	-2	0	1	a	4
Y	-10	-8	b	0	12

1 Déterminer les réels a et b pour que le point moyen G du nuage statistique, ait pour coordonnées $(1;-2)$.

2 Dans la suite, on prendra $a=2$ et $b=-4$.

a. Représenter graphiquement les points du nuage de cette série statistique

b. Déterminer l'équation de la droite de régression de X en Y.

c. Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre X et Y, puis interpréter le résultat.

Exercice 2 4 points

1 Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, l'équation :

$$(E)\ :\quad z^2+8\sqrt{3}-8i=0$$

a. En utilisant la forme trigonométrique.

b. En utilisant la forme algébrique.

On pourra admettre que $8+4\sqrt{3}=\left(\sqrt{2}+\sqrt{6}\right)^2$

2 Placer les images des solutions z_1 et z_2 de (E) sur un cercle trigonométrique.

3 Déduire de ce qui précède, la valeur exacte de $\cos(\frac{5\pi}{12})$ et $\sin(\frac{5\pi}{12})$.

Problème 12 points

Partie A

1 Résoudre l'équation différentielle : $y''+2y'+y=0$.

2 Déterminer la solution particulière u, sachant que $u(0)=1$ et $u'(0)=0$.

Partie B

Soit f, la fonction numérique de la variable réelle x définie par :

$$f(x) = \begin{cases} (x+1)\,\mathrm{e}^{-x} & \text{si } x \leq 0 \\ 1 - 2x + x\ln x & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

On désigne par $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f dans le repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ du plan d'unité graphique : 2 cm.

3 Préciser l'ensemble de définition de f.

4 Étudier la continuité et la dérivabilité de f en $x = 0$.

5 Étudier les variations de f. On dressera un tableau de variation de f.

6 Pour $x \leq 0$, déterminer les coordonnées du point d'intersection de la courbe $(\mathscr{C})$ avec l'axe des abscisses et écrire une équation cartésienne de la tangente $(\mathscr{T})$ à $(\mathscr{C})$ en ce point.

7 Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha \in]6;7[$. On ne demande pas de calculer α.

8 **a.** Étudier les branches infinies à $(\mathscr{C})$.

b. Tracer la courbe $(\mathscr{C})$ de f et la droite $(\mathscr{T})$.

Partie C

Soit h la fonction numérique de la variable réelle x, définie par :

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad h(x) = -f(x)$$

9 **a.** Dresser le tableau de variation de h.

b. Tracer la courbe $(\mathscr{C}')$ représentative de h dans le même repère que $(\mathscr{C})$ de f.

c. Calculer en cm^2, l'aire $\mathscr{A}$ du domaine $(\mathscr{D})$ limité par les courbes $(\mathscr{C})$; $(\mathscr{C}')$ et les droites d'équations $x = -1$; $x = 0$.