

Sujet bac 2016 - Série C

Exercice 1

4 points

On donne dans $\mathbb{Z}$ l'équation :

$$(E) : 2688x + 3024y = -3360$$

- 1 Déterminer le PGCD (2688, 3024), puis en déduire que l'équation (E) admet des solutions dans $\mathbb{Z}^2$.
- 2 Montrer que l'équation (E) est équivalente à l'équation $(E_1) : 8x + 9y = -10$.
- 3
 - a Montrer que l'équation (E_1) peut s'écrire $(E_2) : 8x \equiv -10 [9]$.
 - b Résoudre l'équation (E_2) .
 - c En déduire les solutions de l'équation (E).

Exercice 2

8 points

Le plan est orienté.

$ABCD$ est un rectangle tel que $(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BA}) = \frac{\pi}{3} [2\pi]$. On considère le losange $BDEG$ tel que $(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BE}) = (\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BG}) [2\pi]$.

Dans cet exercice, S_Δ et $t_{\vec{u}}$ désignent respectivement la symétrie orthogonale d'axe la droite (Δ) et la translation de vecteur $\vec{u}$.

On considère la transformation

$$f = S_{(AD)} \circ S_{(AB)} \circ S_{(BD)}$$

- 1 Faire la figure. On prendra $AB = 4$ cm et on disposera (AB) horizontalement.
- 2 Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de la transformation $g = S_{(AB)} \circ S_{(BD)}$.
- 3 R désigne la rotation de centre B et d'angle de mesure $\frac{\pi}{3}$. Déterminer la nature exacte de la transformation $S_{(AD)} \circ R$.
- 4 On désigne par F le milieu du segment $[BG]$.
 - a Démontrer que $f = t_{\overrightarrow{BF}} \circ S_{(AC)}$.
Erreur dans l'énoncé : il s'agit plutôt de montrer $S_{(AD)} \circ R = t_{\overrightarrow{BF}} \circ S_{(AC)}$. En effet, la transformation f n'est pas égale à $t_{\overrightarrow{BF}} \circ S_{(AC)}$.
 - b En déduire les éléments caractéristiques de f .
Substituer cette question par : Déduire les éléments caractéristiques de $S_{(AD)} \circ R$.
- 5 Soit $(\mathcal{P})$ la parabole dont une tangente est la droite (EF) , la normale associée est la droite (GB) et l'axe focal est la droite (EB) .
 Démontrer que A est le foyer de la parabole $(\mathcal{P})$.

- 6 Soit H le milieu du segment $[EG]$ et L celui du segment $[ED]$. Déterminer la directrice (d) de la parabole $(\mathcal{P})$.
- 7 Construire le point I de $(\mathcal{P})$ tel que $[IF]$ soit une corde focale.
- 8 Construire la corde focale $[JK]$ de $(\mathcal{P})$ où J appartient au segment $[AD]$.
- 9 Construire l'arc d'extrémités J et F de $(\mathcal{P})$.
- 10 Soit $(\mathcal{P}')$ l'image de $(\mathcal{P})$ par la transformation f .
 - a. Déterminer le foyer de la parabole $(\mathcal{P}')$.
 - b. Déterminer l'axe focal de $(\mathcal{P}')$.

Exercice 3

5 points

- 1 Déterminer la solution particulière f de l'équation différentielle :

$$(E) : y'' + 2y' + 2y = 0$$

vérifiant les conditions initiales suivantes : $f(\frac{\pi}{2}) = e^{-\frac{\pi}{2}}$ et $f'(\frac{\pi}{2}) = -e^{-\frac{\pi}{2}}$.

- 2 On pose $f(x) = e^{-x} \sin x$
 - a. Déterminer les réels A et B pour que $F(x) = e^{-x}(A \cos x + B \sin x)$ soit une primitive de f sur $\mathbb{R}$.
 - b. Calculer l'intégrale $\int_{n\pi}^{(n+1)\pi} f(x) dx$.

- 3 Soit (v_n) la suite numérique définie pour tout entier naturel n par :

$$v_n = \frac{e^{-\pi} + 1}{2} (-e^{-\pi})^n ; \quad n \in \mathbb{N}$$

- a. Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
- b. Calculer la somme des termes $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ en fonction de n , puis en déduire la limite de S_n en $+\infty$.

Exercice 4

3 points

Soit le tableau statistique à double entrée suivant :

$X \backslash Y$	-1	2	3
1	2	1	1
2	2	3	1

- 1 Convertir ce tableau en un tableau linéaire.
 - 2 Déterminer le coefficient de corrélation $\rho_{X,Y}$ des caractères X et Y .
- On donne $\bar{X} = 1,6$ et $\bar{Y} = 1$.
- 3 Donner une interprétation géométrique de cette corrélation.