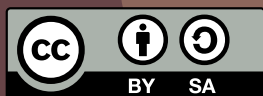


Édition
2025

COOP MATHS

Vers la
Terminale



contact@coopmaths.fr

Présentation

Coopmaths

Qui sommes-nous ?

Coopmaths est une association d'enseignants de mathématiques qui promeut la coopération entre élèves et la mutualisation entre professeurs. Elle développe le site <https://coopmaths.fr/> et, en particulier, le générateur d'exercices aléatoires MathALÉA, sur lequel s'appuie ce cahier.

Tous les membres de l'association sont des bénévoles et développent ces outils sur leur temps libre.

Nos valeurs

Ce cahier, comme l'intégralité de nos ressources, est accessible librement et sans restriction. Les fichiers de ce cahier, comme toutes les sources de MathALÉA, sont accessibles en ligne.

Les exercices augmentés avec MathALÉA

Ce cahier de vacances s'appuie sur les exercices aléatorisés proposés sur le site <https://coopmaths.fr/alea/>. L'énoncé de chaque exercice de ce cahier est associé à un QR Code qui permet d'obtenir l'énoncé en ligne, avec accès à la correction détaillée et aussi la possibilité de régénérer la question avec d'autres valeurs. L'élève peut donc reprendre toujours une notion mal comprise avec un nouvel énoncé corrigé.

Notions travaillées

- Calcul numérique : fractions
- Calcul littéral : développements simples
- Informations chiffrées : proportions

Pour s'échauffer



Mon score : ... / 10

1 Calcul numérique

Exercice 1

Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction simplifiée au maximum.

1) $A = \frac{7}{4} + \frac{3}{7}$

2) $B = 2 - \frac{4}{7}$



Exercice 2

Calculer et donner le résultat sous forme irréductible.

1) $\frac{5}{7} \times \frac{2}{3}$

2) $\frac{4}{5} - \frac{3}{7}$



3 Pourcentages

Exercice 5

1) Écrire sous la forme d'une écriture fractionnaire de dénominateur 100, puis sous la forme d'un pourcentage.
 $0,76 = \dots = \dots \%$



2) Écrire sous forme décimale, puis sous la forme d'une écriture fractionnaire de dénominateur 100.
 $97\% = \dots = \dots$

3) Écrire sous forme décimale, puis sous la forme d'un pourcentage. $\frac{6}{5} = \dots = \dots \%$

4) Écrire sous forme décimale, puis sous la forme d'un pourcentage. $\frac{3}{4} = \dots = \dots \%$

Droits et auteurs

Ce cahier est édité par l'association Coopmaths, sous licence CC BY-SA.

Il a été créé sous la responsabilité pédagogique de Gilles Mora, Stéphane Guyon, Pierre Cauchois et Philippe Dutrey, accompagnés de Sylvain Chambon pour le codage $\text{\LaTeX}$, de Stéphane Grignon pour le graphisme, d'Éric Elter pour la relecture minutieuse, de Mathieu Degrange pour la version Éléa et de Rémi Angot pour la version en ligne.

Ce cahier doit aussi son existence à tous les développeurs de MathALÉA, et ce, depuis sa création, sans qui ce cahier n'aurait pas été possible et que nous remercions, à ce titre, vivement.

Objectifs

Notre objectif avec ce cahier

Ce cahier de vacances est destiné aux élèves de première générale qui vont entrer en terminale générale (complémentaire ou en spécialité).

L'idée est de proposer un document libre et gratuit qui aide les élèves à entretenir, en autonomie, leur culture mathématique durant la trêve estivale.

Les compétences travaillées

Ce cahier de vacances permet de solliciter et développer les six compétences majeures de l'activité mathématique : chercher, modéliser, représenter, raisonner, calculer, communiquer.

Les exercices d'automatismes permettent d'acquérir la technicité nécessaire sur les notions mathématiques.

Les problèmes et les énigmes permettent, quant à eux, de mettre les élèves face à des situations de recherches, où les prises d'initiatives et la modélisation sont sollicitées afin de les résoudre.

Un cahier conçu pour faciliter le travail de l'élève

Ce cahier de révisions est articulé en **vingt séances**.

Les quatorze premières sont organisées autour de cinq moments distincts :

- un QCM de rappel de cours ;
- des exercices aléatorisés sur des thèmes référencés avec auto-évaluation ;
- un test de synthèse pour évaluer ses connaissances ;
- des exercices plus approfondis sur le même thème ;
- une énigme pour s'amuser et chercher.

Les **six dernières séances** sont des sujets de devoirs surveillés de synthèse.

Une approche « spiralaire »

Nous avons fait le choix d'aborder les notions de manière « spirale », c'est-à-dire que chaque notion revient régulièrement au fil des séances avec une progressivité dans les attendus. Il nous a semblé important d'éviter de cloisonner les notions, dans le but de les mobiliser régulièrement, pour favoriser leur ancrage.

Il est en, conséquence, fortement conseillé de suivre l'ordre des séances.

Contact

Nous sommes curieux de vos retours, avis et propositions, ainsi que de tout signalement d'erreurs.

N'hésitez pas à nous contacter : contact@coopmaths.fr.

Organisation du cahier

Descriptif d'une séance

Je révise le cours

Cette partie est à effectuer avec un smartphone, une tablette ou un ordinateur, à partir du QR Code proposé. Il s'agit de questions de cours, pour vérifier la maîtrise des théorèmes, égalités, propriétés du programme. C'est l'occasion, avant de se plonger dans une notion, de faire un test rapide sur ses connaissances de base.

Les exercices

Nous proposons des exercices classiques, sur des notions indiquées au début de chaque séance. Ces exercices à données aléatoires sont à rédiger sur une feuille.

Une case-réponse permet de proposer une réponse.

Le QR Code, associé à chaque énoncé, donne accès à la correction détaillée et au renouvellement possible de la question avec d'autres valeurs.

Ces exercices sont majoritairement des automatismes, des exercices de gamme, à maîtriser parfaitement pour entreprendre des exercices plus complexes.

Je teste mes connaissances

Il s'agit d'un test interactif à effectuer en ligne pour valider les notions abordées dans la séance. Il est possible de renouveler ce test avec d'autres données.

Pour aller plus loin

Nous proposons dans cette partie, des exercices plus difficiles, à données non-aléatoires, issus de différents sujets de devoirs surveillés que nous avons pu donner à nos élèves, sur les éléments de cours de la séance.

Ils sont à rédiger comme un DS, avec un soin particulier à donner à la rigueur et à la rédaction.

Le QR Code renvoie à une correction détaillée.

Pour s'amuser un peu

Nous proposons en fin de chaque séance une énigme, un problème de recherche, pour les curieux.

Devoirs surveillés

Après les quatorze séances reprenant l'ensemble des éléments du programme, nous proposons une série de six sujets, tous issus d'annales, assez courts, bâtis sur le même modèle :

- un QCM de cinq questions qui permettent de revoir des éléments de base de tout le programme;
- un exercice sur thème précis.

L'ensemble de ces six sujets permet de revisiter une deuxième fois, progressivement le programme.

Chaque exercice est évidemment corrigé en détail via le QR code associé.

Table des matières

Séance 1	6	Séance 10	24
1 Manipuler les réels : puissances, développer, factoriser, identités remarquables	6	1 Suites (4) : sommes de termes, suites arithmétiques, suites géométriques	24
2 Probabilités (1) : formule du crible	6	2 Trigonométrie (2) : valeurs remarquables, cosinus et sinus d'angles associés	24
Séance 2	8	Séance 11	26
1 Second degré (1) : fonction carré, polynômes .	8	1 Dérivation (4) : fonction dérivée	26
2 Géométrie repérée (1) : équation réduite de droite	8	2 Probabilités (5) : variables aléatoires	27
Séance 3	10	Séance 12	28
1 Second degré (2) : Forme canonique, parabole	10	1 Fonctions : fonction dérivée, fonction exponentielle	28
2 Probabilités (2) : probabilités conditionnelles .	10	2 Produit scalaire (1) : coordonnées, normes, projections, cosinus	28
Séance 4	12	Séance 13	30
1 Second degré (3) : équations, inéquations et factorisation	12	1 Second degré (5) : synthèse	30
2 Suites (1) : Vocabulaire, calculs de termes . . .	12	2 Produit scalaire (2) : applications	30
Séance 5	14	Séance 14	32
1 Suites (2) : nature d'une suite	14	1 Suites (6) : suites usuelles, calculs de termes, de raison, variation, Python	32
2 Dérivation (1) : taux de variation, nombre dérivé	15	2 Géométrie : volumes de solides, projeté orthogonal, produit scalaire	32
Séance 6	16	Devoir surveillé n° 1	34
1 Second degré (4) : propriétés graphiques . . .	16	QCM et étude de fonctions polynômes	34
2 Probabilités (3) : intersection, réunion, contraire	17	Devoir surveillé n° 2	36
Séance 7	18	QCM et variables aléatoires	36
1 Dérivation (2) : tangente à une courbe	18	Devoir surveillé n° 3	38
2 Géométrie repérée (2) : équations cartésiennes de droite	19	QCM et suites numériques	38
Séance 8	20	Devoir surveillé n° 4	40
1 Trigonométrie (1) : cercle trigonométrique, mesure principale	20	QCM et étude de fonctions exponentielles	40
2 Suites (3) : suites usuelles, calculs de termes, de raison, variation	20	Devoir surveillé n° 5	42
Séance 9	22	QCM et probabilités conditionnelles	42
1 Probabilités (4) : formule des probabilités totales	22	Devoir surveillé n° 6	44
2 Dérivation (3) : fonction dérivée, coefficient directeur de tangente	22	QCM et modélisation avec fonction rationnelle . . .	44

Séance 1

Vers la Terminale

Je révise le cours



Mon score : ... / 10

Notions travaillées

- **Manipuler les réels** : propriétés des puissances, manipuler des expressions
- **Probabilités** : calculs dans un tableau ou un arbre

1 Manipuler les réels

Exercice 1

Soit a un nombre réel non nul.

Écrire les nombres suivants sous la forme a^n où n est un entier relatif.

$$\frac{a^{-6} \times a^3}{a^{-7}} = \boxed{}$$

$$\frac{(a^2)^{-7}}{a} = \boxed{}$$



Exercice 2

Préciser les valeurs interdites éventuelles, puis écrire l'expression sous la forme d'un quotient.

$$\frac{3}{2x+4} - \frac{7}{-2x-8}$$



Exercice 3

Factoriser l'expression suivante.

$$A = (2x - 5)(3x + 1) - (3x + 4)(3x + 1)$$

$$A = \boxed{}$$



Exercice 4

Développer puis réduire l'expression littérale suivante.

$$A = \left(\frac{4}{5}y - 5\right)^2 - \left(-\frac{4}{7}y - 4\right)^2$$

$$A = \boxed{}$$



Exercice 5

Déterminer le coefficient de x dans le développement réduit de l'expression $(x+1)^2 + (-8x-2)(-5x+8)$.



2 Probabilités

Exercice 6

Le personnel d'une entreprise est constitué de 120 personnes qui se répartissent de la manière suivante :

	Femmes	Hommes	Total
Cadres	12	10	22
Employés	29	69	98
Total	41	79	120

Au cours de la fête de fin d'année, le comité d'entreprise offre un séjour à la montagne à une personne choisie au hasard parmi les 120 personnes de cette entreprise.



On définit les événements suivants :

- C : « la personne choisie fait partie des cadres » ;
- F : « la personne choisie est une femme ».

a. Calculer la probabilité de l'événement $F \cap C$.

b. Calculer la probabilité de l'événement $\bar{F} \cup \bar{C}$.

c. On sait que la personne choisie est une femme. Quelle est la probabilité qu'elle soit cadre ?

Exercice 7

On donne le tableau d'effectifs suivant.

	R	$\bar{R}$	Total
T	12	57	69
$\bar{T}$	67	43	110
Total	79	100	179



$$P(T) = \boxed{}$$

$$P(\bar{R} \cap \bar{T}) = \boxed{}$$

$$P_{\bar{T}}(R) = \boxed{}$$

Exercice 8

Le cuisinier d'une colonie de vacances a confectionné des beignets pour le goûter :

- 58 % sont à l'ananas, les autres sont aux pommes,
- 53,94 % sont des beignets à l'ananas aromatisés à la cannelle.



On choisit un beignet au hasard.

On définit les événements suivants :

- R : « le beignet choisi est à l'ananas »;
- T : « le beignet choisi est aromatisé à la cannelle ».

Écrire la probabilité que le beignet choisi soit aromatisé à la cannelle sachant que ce beignet est à l'ananas, puis calculer cette probabilité.

Je teste mes connaissances



Mon score : ... / 10

Pour aller plus loin...

Exercice 1

Soit x un nombre réel strictement positif. Comparer $\frac{x-1}{x}$ et $\frac{x}{x+1}$.



Exercice 2

Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'inéquation suivante.

$$\frac{x-3}{3} - x \leq \frac{5x}{2} - 1$$



Pour s'amuser un peu...

Déterminer les entiers naturels n tels que $n - 52$ et $n + 52$ sont des carrés parfaits.



Séance 2

Vers la Terminale

Je révise le cours



Mon score : ... / 10

Notions travaillées

- **Second degré** : fonction carré, polynômes
- **Géométrie repérée** : équations réduites de droites

1 Second degré

Exercice 1

Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'équation $x^2 = -10$.



Exercice 2

Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'équation $x^2 + 6 = 22$.



Exercice 3

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3(x - 9)^2 - 48$.

1. Développer $f(x)$.

$$f(x) = \text{[]}$$

2. Montrer que $f(x)$ se factorise sous la forme $f(x) = 3(x - 5)(x - 13)$.

3. Répondre aux questions suivantes en utilisant l'écriture de $f(x)$ la mieux adaptée.

a. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

b. Résoudre l'inéquation $f(x) < -48$.

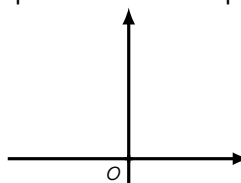
c. Résoudre l'équation $f(x) = 195$.



Exercice 4

Résoudre graphiquement, dans $\mathbb{R}$, l'inéquation $x^2 < 19$.

On pourra utiliser le repère suivant.



2 Géométrie repérée

Exercice 5

Soit $(O; \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthogonal.

Déterminer l'équation réduite de la droite (AB) avec les points A et B de coordonnées suivantes :
A(-7 ; 3) et B(2 ; 2).



Exercice 6

Soit $(O; \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthogonal.

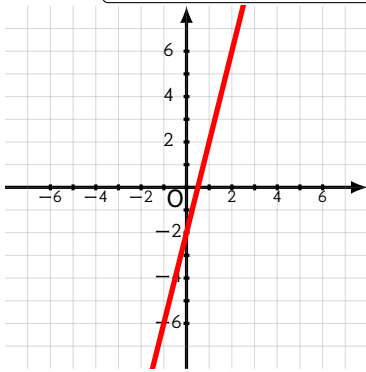
Déterminer l'équation réduite de la droite (d) passant par le point A de coordonnées A(2 ; -2)

et ayant le vecteur $\vec{u}$, de coordonnées $\vec{u} \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \end{pmatrix}$, comme vecteur directeur.



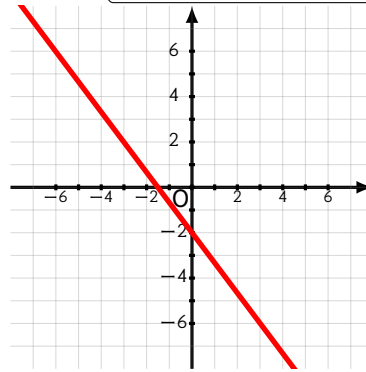
Exercice 7

À partir de la représentation graphique de la droite ci-dessous, donner, par lecture graphique, son équation réduite : .



Exercice 8

À partir de la représentation graphique de la droite ci-dessous, donner, par lecture graphique, son équation réduite : .



Je teste mes connaissances



Mon score : ... / 10

Pour aller plus loin...

Exercice 1

- Soit x un nombre réel. Dans chaque cas, donner l'information la plus précise sur x^2 .
 - Si $x \geq 4$, alors $x^2 \dots$
 - Si $x \leq -3$, alors $x^2 \dots$
 - Si $x \leq -5$, alors $2x^2 \dots$
 - Si $x \geq 3$, alors $-3x^2 \dots$
- Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes d'inconnue x .
 - $x^2 \geq 4$
 - $x^2 \leq 5$
 - $x^2 \leq -16$



Exercice 2

Dans un repère orthonormé, on considère la droite (d) d'équation $y = \frac{2}{3}x - 4$ et la droite (d') d'équation $y = -\frac{4}{5}x + 1$.

- Déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.
- Déterminer l'équation réduite de la droite (d'') , parallèle à (d) et passant par le point $A(-1; 2)$.



Pour s'amuser un peu...

Soit $p = 9 + 99 + 999 + \dots + 99 \dots 9$, où le dernier nombre ajouté est constitué de 999 chiffres 9. Combien de fois le chiffre 1 apparaît-il dans l'écriture décimale de p ?



Séance 3

Vers la Terminale

Je révise le cours



Mon score : ... / 10

Notions travaillées

- **Second degré** : forme canonique, parabole
- **Probabilités** : arbre, probabilités conditionnelles

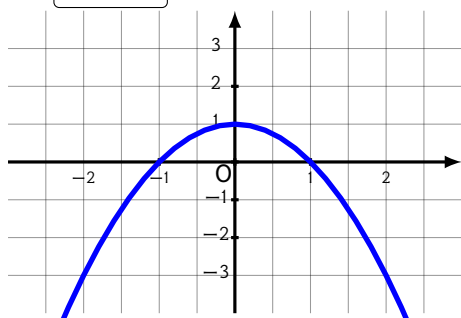
1 Second degré

Exercice 1

La courbe ci-dessous représente une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$f(x) = ax^2 + 1$, où a est un réel non nul.

$a =$



Exercice 2

Déterminer la forme canonique du polynôme P , défini pour tout $x \in \mathbb{R}$, par $P(x) = -3x^2 + 12x - 15$.

$P(x) =$



Exercice 3

Les coordonnées du sommet de la parabole représentant la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$f(x) = -7(x + 3)^2 - 4$, sont

$\left(\text{ } ; \text{ } \right)$.



Exercice 4

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$f(x) = 2(x - 8)^2 - 3$.

Donner une équation de l'axe de symétrie de la parabole représentant f .



Exercice 5

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$

par $f(x) = 2(x - 3)^2 - 25$.

Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

--



2 Probabilités

Exercice 6

Dans un lycée, on choisit au hasard un élève. On note :

- F : « L'élève choisi est une fille » ;
- R : « L'élève choisi est un demi-pensionnaire ».

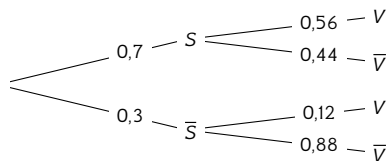
Parmi les demi-pensionnaires de ce lycée, 47 % sont des garçons.

Compléter : = 0,47.



Exercice 7

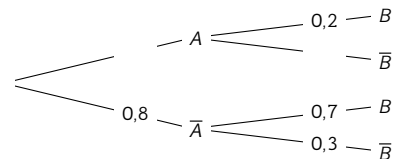
On donne l'arbre de probabilités ci-dessous.



Compléter : = 0,44.

Exercice 8

On donne l'arbre de probabilités ci-dessous.



Compléter : $P(A \cap \bar{B}) =$.

Je teste mes connaissances

Mon score : ... / 10

Pour aller plus loin...**Exercice 1**

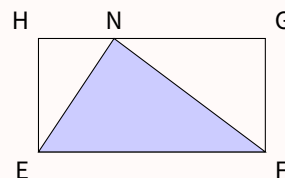
Déterminer l'aire maximale d'un rectangle dont le périmètre est 32 cm.

**Exercice 2**

Dans un repère orthonormé, on donne une parabole $\mathcal{P}$ de sommet $S\left(\frac{3}{2}; \frac{25}{4}\right)$ et passant par le point $A(-1; 6)$. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $\mathcal{P}$ avec les axes du repère.

**Exercice 3**

EFGH est un rectangle tel que $EF = 6$ et $EH = 3$.
Est-il possible de placer un point N sur le segment $[GH]$ tel que le triangle NEF soit rectangle en N?

**Pour s'amuser un peu...**

Soit X et Y deux nombres réels. Sachant que $X + Y = 1$ et $X^2 + Y^2 = 3$, calculer $X^3 + Y^3$.
Conseil : on pourra commencer par factoriser $X^3 + Y^3$ par $X + Y$.



Séance 4

Vers la Terminale

Pour s'échauffer



Mon score : ... / 10

Notions travaillées

- **Second degré** : équations, inéquations et factorisation
- **Suites** : vocabulaire, formule de récurrence, calculs de termes

1 Second degré

Exercice 1

Résoudre, dans $\mathbb{R}$, les équations suivantes.

1. $-3x^2 - 6x - 7 = 0$

2. $-x^2 + x + 12 = 0$



Exercice 2

Factoriser, si cela est possible, chaque polynôme P , défini pour tout $x \in \mathbb{R}$, par l'expression ci-dessous.

1. $P(x) = -x^2 - 6x - 8$

2. $P(x) = 5x^2 - 20x + 24$



Exercice 3

Résoudre, dans $\mathbb{R}$, les inéquations suivantes.

1. $4x^2 + 8x + 5 < 0$

2. $-4x^2 + 20x - 24 \leq 0$



2 Suites

Exercice 4

Chaque année, un magazine perd 13 % de ses abonnés.

En 2020, ce magazine compte 13 000 abonnés.

On note, pour tout $n \in \mathbb{N}$, u_n le nombre d'abonnés en 2020 + n .

Le premier terme de cette suite est .

Exprimer, pour tout $n \in \mathbb{N}$, u_{n+1} en fonction de u_n .



Exercice 5

Soit (u_n) la suite définie

par $u_n = -9n + 2$, pour tout $n \in \mathbb{N}$.

$u_{20} =$



Exercice 6

Soit (v_n) la suite définie par $v_0 = 1$,

et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = 3 + v_n^2$.

$v_3 =$



Je teste mes connaissances



Mon score : ... / 10

Pour aller plus loin...



Exercice 1

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$ par $f(x) = \frac{-2x^2 + x + 6}{x + 3}$.
Dresser le tableau de signes de la fonction f .



Exercice 2

Effectuer les calculs suivants.

1. $\sum_{k=0}^4 k^2$

3. $\sum_{k=0}^3 \frac{k+1}{k+2}$

2. $\sum_{k=0}^4 (-1)^k$

4. $\sum_{k=1}^3 (2k-1) \times (-1)^k$



Exercice 3

Soit (u_n) et (v_n) , des suites définies pour tout entier naturel n par :

$$u_n = \frac{n}{n^2 + 1} \quad \text{et} \quad v_n = n \times 2^n.$$

Calculer et simplifier au maximum les expressions de $u_{n+1} - u_n$ et $\frac{v_{n+1}}{v_n}$.



Pour s'amuser un peu...

Pour une compétition, des supporters finlandais souhaitent réaliser un grand drapeau rectangulaire de 9 m de longueur et de 4 m de largeur, comme illustré ci-dessous. Le drapeau, de fond blanc, contient une croix bleue constituée de deux bandes d'égale largeur.

Est-il possible de construire ce drapeau sachant qu'ils souhaitent que la croix bleue occupe le tiers de la surface du rectangle ?



Séance 5

Vers la Terminale

Je révise le cours



Mon score : ... / 10

Notions travaillées

- **Suites** : nature d'une suite
- **Dérivation** : taux de variation, nombre dérivé

1 Suites

Exercice 1

1. Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = -9$,
et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n - 8$.
Quelle est la nature de cette suite ?

Donner sa raison : .



2. Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = -3$,
et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \frac{u_n}{4}$.
Quelle est la nature de cette suite ?

Donner sa raison : .

Exercice 2

1. Soit (v_n) la suite définie par $v_0 = 6$,
et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} - v_n = 0,53v_n$.
Quelle est la nature de cette suite ?

Donner sa raison : .



2. Soit (v_n) la suite définie par $v_0 = -2$,
et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} - v_n = -2$.
Quelle est la nature de cette suite ?

Donner sa raison : .

Exercice 3

1. Soit (w_n) la suite définie par $w_n = -9 \times (-7)^n$, pour
tout $n \in \mathbb{N}$.

Quelle est la nature de cette suite ?

Donner sa raison : .

Donner son premier terme : .



2. Soit (w_n) la suite définie par $w_n = 9n - 5$, pour tout
 $n \in \mathbb{N}$.

Quelle est la nature de cette suite ?

Donner sa raison : .

Donner son premier terme : .

Exercice 4

1. Soit (v_n) la suite définie par $v_0 = 7$,
et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = 12v_n$.

Exprimer, pour tout $n \in \mathbb{N}$, v_n en fonc-
tion de n .



2. Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 7$,
et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n + 1,4$.

Exprimer, pour tout $n \in \mathbb{N}$, u_n en fonction de n .

2 Dérivation

Exercice 5

Soit h un nombre réel non nul.

Calculer le taux de variation de la fonction carré entre -1 et $-1 + h$, c'est-à-dire $\frac{(-1+h)^2 - 1}{h}$.



Exercice 6

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x + 2$. Déterminer la valeur de $f'(3)$, à l'aide du taux de variation.

$$f'(3) = \boxed{}$$



2. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \frac{1}{x}$. Déterminer la valeur de $f'(4)$, à l'aide du taux de variation : $f'(4) = \boxed{}$.

Je teste mes connaissances



Mon score : ... / 10

Pour aller plus loin...

Exercice 1

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 7$, et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 3u_n - 4$.

On considère la suite (v_n) définie par $v_n = u_n - 2$, pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme. En déduire une expression de u_n en fonction de n .



Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x} - 1$ et soit h un réel non nul.

- Démontrer que le taux de variation de f entre 4 et $4 + h$ est égal à $\frac{1}{\sqrt{4+h} + 2}$.
- En déduire que la fonction f est dérivable en 4 puis déterminer $f'(4)$.



Pour s'amuser un peu...

Soit n un entier naturel non nul.

On appelle factorielle n , noté $n!$, le produit de tous les entiers non nuls, inférieurs ou égaux à n .

Ainsi : $3! = 1 \times 2 \times 3$ et $6! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6$.

Par combien de zéros consécutifs se termine l'écriture décimale de $1000!$?



Séance 6

Vers la Terminale

Je révise le cours



Mon score : ... / 10

Notions travaillées

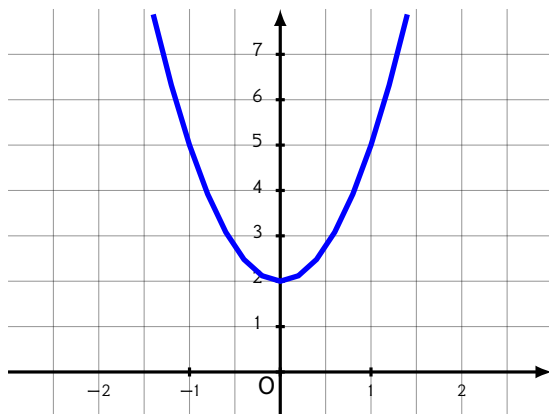
- **Second degré** : parabole, coefficients, discriminant
- **Probabilités** : crible, événements incompatibles, indépendants

1 Second degré

Exercice 1

La courbe ci-dessous représente une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 + b$, où b est un réel.

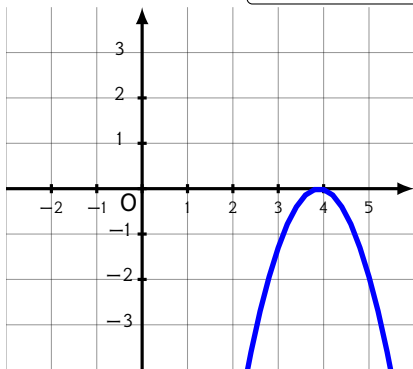
$b =$



Exercice 2

La courbe ci-dessous représente une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$, où a, b et c sont des réels, a est non nul.

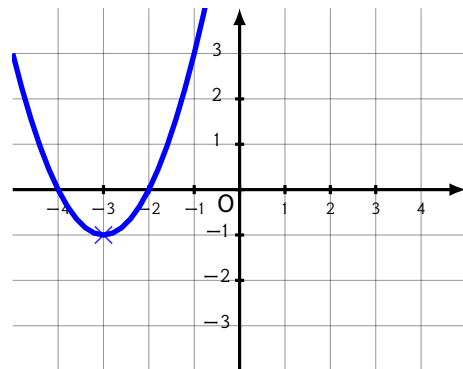
Donner le signe de b : .



Exercice 3

La courbe ci-dessous représente une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$f(x) = x^2 + bx + c$, où b et c sont des réels : $b =$.

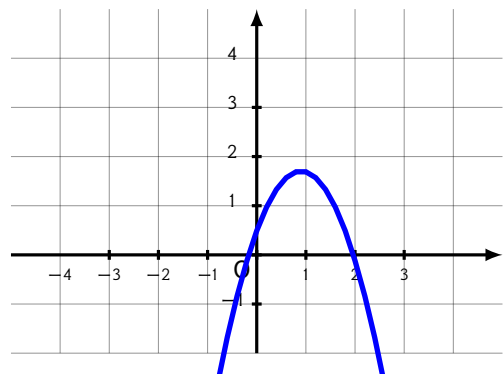


Exercice 4

La courbe ci-dessous représente une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$, où a, b et c sont des réels, a est non nul.

Donner le signe de a .

Donner le signe du discriminant Δ .



2 Probabilités

Exercice 5

1. Soient A et B deux événements. On sait que $P(A) = 0,8$, $P(B) = 0,65$ et $P(A \cup B) = 0,97$.
 $P(A \cap B) =$
2. Soient A et B deux événements. On sait que $P(\overline{A}) = 0,91$, $P(\overline{B}) = 0,93$ et $P(A \cap B) = 0,04$.
 $P(A \cup B) =$
3. Soient A et B deux événements incompatibles. On sait que $P(A) = 0,05$ et $P(B) = 0,07$.
 $P(A \cup B) =$



Exercice 6

1. Soient A et B deux événements indépendants.

On sait que $P(A) = 0,3$ et $P(B) = 0,5$.

$$P(A \cap B) =$$



2. Soient A et B deux événements indépendants.

On sait que $P(A) = 0,5$ et $P(A \cap B) = 0,35$.

$$P(B) =$$

Je teste mes connaissances



Mon score : ... / 10

Pour aller plus loin...



Exercice 1

Dans chacun des cas, déterminer si la proposition est « vraie » ou « fausse » à l'aide de la forme canonique d'un polynôme de degré 2.

1. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $x^2 + x + 1 \geq \frac{3}{4}$.
2. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $2x^2 - 3x > x^2 + 2x - 4$.



Exercice 2

On coupe une ficelle de longueur un mètre en deux (pas nécessairement au milieu). Avec le premier morceau, on forme un carré et avec le second, un rectangle dont la longueur est le double de la largeur. Où faut-il couper la ficelle pour que la somme des aires respectives du carré et du rectangle soit minimale ?



Pour s'amuser un peu...

Trois nombres premiers p , q et r sont tels que leur somme soit paire. Déterminer la valeur de :

$$pqr - 2(pq + qr + rp) + 4(p + q + r)$$



Séance 7

Vers la Terminale

Je révise le cours



Mon score : ... / 10

Notions travaillées

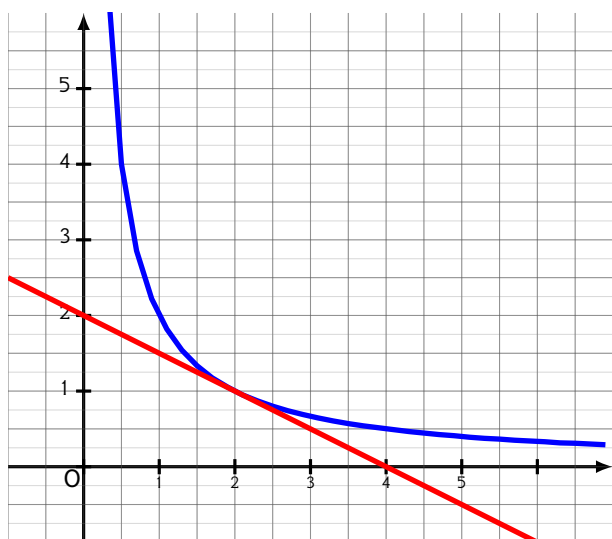
- **Dérivation** : tangente à une courbe
- **Géométrie repérée** : équations cartésiennes de droites

1 Dérivation

Exercice 1

La courbe ci-dessous représente une fonction f . La droite est la tangente à cette courbe au point d'abscisse 2.

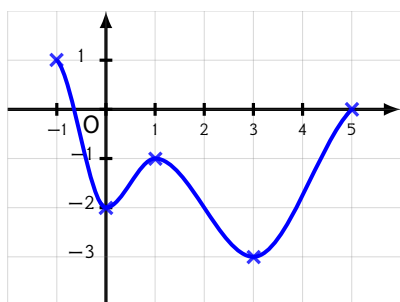
$f'(2) =$



Exercice 2

La courbe ci-dessous représente une fonction f .

Déterminer le nombre de solutions de l'équation $f'(x) = 0$: .

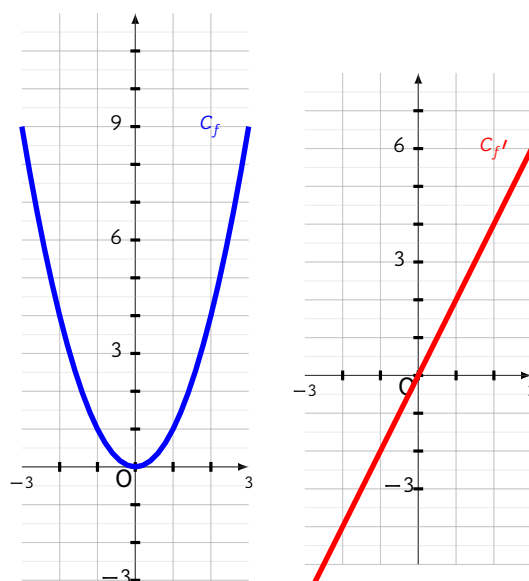


Exercice 3

Les courbes ci-dessous représentent respectivement une fonction f et sa fonction dérivée f' .

Donner l'équation réduite de la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse 1.





Exercice 4

Soit f une fonction dérivable sur $[-5; 5]$ et C_f sa courbe représentative.

On sait que $f(1) = -3$ et que $f'(1) = 1$.



Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe C_f au point d'abscisse 1, sans utiliser la formule de cours de l'équation de tangente.

2 Géométrie repérée

Exercice 5

Dans un repère orthonormé du plan, on considère la droite (d) qui passe par le point A de coordonnées $(5 ; -4)$ et qui a le vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$ comme vecteur directeur.

Déterminer une équation cartésienne de la droite (d) .



Exercice 6

Dans un repère orthonormé du plan, on considère les points A et B de coordonnées respectives $(3 ; -5)$ et $(-5 ; 4)$. Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB) .



Exercice 7

Dans un repère orthonormé du plan, on considère le point $A(-2 ; -5)$. Déterminer une équation cartésienne de la droite (d) passant par le point A et ayant pour coefficient directeur -3 .



Je teste mes connaissances



Mon score : ... / 10

Pour aller plus loin...



Exercice 1

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + x$.

Existe-t-il des tangentes à la courbe représentative de f , parallèles à la droite (d) d'équation $y = -2x + 1$?



Exercice 2

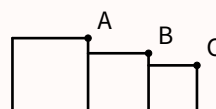
Dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ les trois droites suivantes sont-elles concourantes ?

- $(d) : x + 4y - 20 = 0$;
- (AB) avec $A(0 ; -10)$ et $B(30 ; 20)$;
- Δ passant par $C(3 ; -1)$, de vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$.



Pour s'amuser un peu...

On considère la figure ci-contre, dans laquelle sont représentés un carré et ses deux réductions successives à l'aide d'un même coefficient. Les points A , B et C sont-ils alignés ?



Séance 8

Vers la Terminale

Je révise le cours



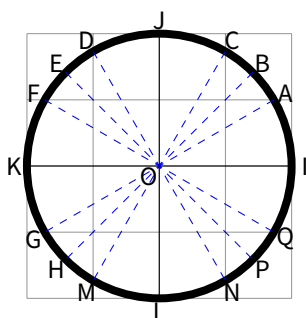
Mon score : ... / 10

Notions travaillées

- **Trigonométrie** : cercle trigonométrique, mesure principale
- **Suites** : suites usuelles

1 Trigonométrie

Dans les exercices 1 et 2, on considère le cercle trigonométrique ci-contre.



Exercice 1

1. Donner le réel de $]-2\pi; 0]$ ayant pour point-image le point G : .
2. Donner le réel de $[0; 2\pi[$ ayant pour point-image le point H : .



Exercice 2

Donner le point-image correspondant à chacun des réels suivants.

1. $\frac{4\pi}{3}$ correspond à .
2. $-\frac{13\pi}{6}$ correspond à .



Exercice 3

Dans chacun des cas, déterminer la mesure principale de l'angle dont α est une mesure, c'est-à-dire sa mesure sur $] -\pi; \pi]$.

1. $\alpha = \frac{31\pi}{4}$
2. $\alpha = \frac{-31\pi}{6}$



2 Suites

Exercice 4

Déterminer la raison de chacune des suites données ci-dessous.

1. Soit (w_n) la suite géométrique de raison q telle que $w_4 = -12$ et $w_5 = 120$.

$$q = \text{}$$

2. Soit (v_n) la suite arithmétique de raison r telle que $v_1 = 5$ et $v_2 = 13$.

$$r = \text{}$$



Exercice 5

Pour chacune des suites ci-dessous, calculer le terme proposé.

1. Soit (t_n) la suite géométrique de raison $q = -1,2$ et de premier terme

$$t_1 = 4.$$

$$t_8 \approx \text{} \text{ (valeur arrondie au dixième).}$$

2. Soit (w_n) la suite arithmétique de raison $r = 4$ telle que $w_3 = -3$.

$$w_{15} = \text{}$$



Exercice 6

Déterminer la raison de chacune des suites données ci-dessous.

1. Soit (w_n) la suite arithmétique de raison r telle que $w_2 = 6$ et $w_{16} = -16,4$.

$r =$

2. Soit (v_n) la suite géométrique de raison q strictement négative telle que $v_2 = 8,3$ et $v_4 = 168,075$.

$q =$



Exercice 7

Pour chacune des suites ci-dessous, déterminer son sens de variation.

1. Soit (t_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $t_n = 4n - 1$.

2. Soit (u_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $u_n = 6,1^n$.

3. Soit (w_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $w_n = -7 \times 0,5^n$.



Je teste mes connaissances



Mon score : ... / 10

Pour aller plus loin...



Exercice 1

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 5$, et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 3u_n - 4$.

- Déterminer le réel λ tel que $\lambda = 3\lambda - 4$.
- Démontrer que la suite (v_n) définie par $v_n = u_n - \lambda$ pour tout $n \in \mathbb{N}$, est géométrique de raison 3.

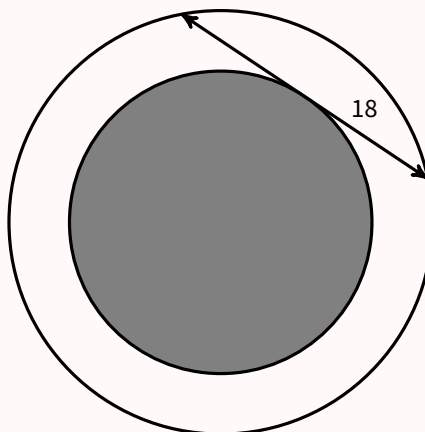


Pour s'amuser un peu...

Une bibliothèque de centre-ville possède une architecture originale : les livres sont rangés dans un cylindre central, accessible par un couloir circulaire.

Une corde du grand cercle extérieur, tangente au cercle intérieur contenant les livres donne la plus grande distance possible dans le couloir, soit 18 mètres.

Déterminer l'aire du couloir.



Séance 9

Vers la Terminale

Je révise le cours



Mon score : ... / 10

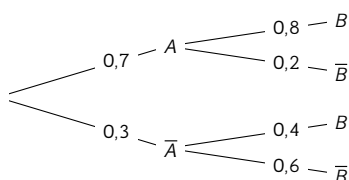
Notions travaillées

- **Probabilités** : formule des probabilités totales
- **Dérivation** : fonction dérivée, opérations sur les dérivées

1 Probabilités

Exercice 1

On donne l'arbre de probabilités ci-dessous.

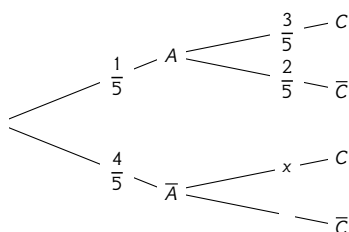


Compléter : $P(\bar{B}) = \boxed{}$.

Exercice 2

On donne l'arbre de probabilités ci-dessous et

$$P(C) = \frac{9}{25}.$$



Compléter : $x = \boxed{}$.

2 Dérivation

Exercice 3

Déterminer l'expression de la dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = 0,8 - \frac{2x}{15}.$$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = \boxed{}$.



Exercice 4

Déterminer l'expression de la dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = -4x - 10x^3.$$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = \boxed{}$.



Exercice 5

Dans chacun des cas suivants, déterminer l'expression de la dérivée de la fonction f .

1. f est définie sur $\mathbb{R}_+$ par $f(x) = -6\sqrt{x}$.

Pour tout $x \in \mathbb{R}_+$, $f'(x) = \boxed{}$.

2. f est définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \frac{9}{x}$.

Pour tout $x \in \mathbb{R}^*$, $f'(x) = \boxed{}$.



Exercice 6

1. Déterminer le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de la fonction cube au point d'abscisse -4 : $\boxed{}$.

2. Déterminer le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de la fonction inverse au point d'abscisse -5 : $\boxed{}$.

3. Déterminer le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de la fonction racine carrée au point d'abscisse 7 : $\boxed{}$.



Exercice 7

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = -6 - 8x^2.$$

Déterminer $f'(-1)$.

$f'(-1) = \boxed{}$



Je teste mes connaissances



Mon score : ... / 10

Pour aller plus loin...



Exercice 1

Un lot de 100 dés contient 75 dés pipés (et 25 non pipés) tels que la probabilité d'apparition d'un 6 soit 0,4. On choisit un dé au hasard, on le jette et on obtient un 6. Quelle est la probabilité que le dé soit pipé ?



Exercice 2

Dans un lycée, il y a 60 % de filles et 20 % d'externes. 70 % des externes sont des filles. On choisit au hasard un des élèves du lycée. Quelle est la probabilité que cet élève soit externe sachant que c'est un garçon ?



Exercice 3

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer l'expression de sa fonction dérivée.

1. f est la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = (3x - 1)^4 \sqrt{x}$.
2. g est la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ par $g(x) = \frac{(1-x)^3}{(4+2x)^2}$.



Pour s'amuser un peu...

1. Démontrer que, pour tous réels x et y , $2xy \leq x^2 + y^2$.
2. Soit a, b et c trois réels positifs ou nuls.
 - a. Démontrer que $2\sqrt{ab} \leq a + b$.
 - b. En déduire que $8abc \leq (a+b)(b+c)(c+a)$.
3. Soit a, b et c trois réels positifs ou nuls tels que $c \leq a + b$, $b \leq a + c$ et $a \leq b + c$.
 - a. Démontrer que $\sqrt{a+b-c}\sqrt{a-b+c} \leq a$.
 - b. En déduire que $8(a+b-c)(b+c-a)(b+a-c) \leq (a+b)(b+c)(c+a)$.



Séance 10

Vers la Terminale

Je révise le cours



Mon score : ... / 10

Notions travaillées

- **Suites** : sommes de termes
- **Trigonométrie** : valeurs remarquables, cosinus et sinus d'angles associés

1 Suites

Exercice 1

Soit (w_n) la suite arithmétique de premier terme $w_0 = 2$ et de raison 7.

$$\text{Calculer } S = w_0 + w_1 + \dots + w_{30} = \sum_{k=0}^{30} w_k.$$

$$S = \boxed{}$$



Exercice 2

Calculer $S = 4 + 12 + 20 + 28 + \dots + 244$.

$$S = \boxed{}$$



Exercice 3

1. Soit (w_n) la suite géométrique de premier terme $w_1 = 3$ et de raison 0,3.

Calculer

$$S = w_1 + w_2 + \dots + w_{15} = \sum_{k=1}^{15} w_k$$

et donner un arrondi au millièmè près.

$$S \approx \boxed{}$$



2. Soit (v_n) la suite géométrique de premier terme $v_0 = 6$ et de raison 0,7.

$$\text{Calculer } S = v_0 + v_1 + \dots + v_{15} = \sum_{k=0}^{15} v_k$$

et donner un arrondi au millièmè près.

$$S \approx \boxed{}$$

2 Trigonométrie

Dans les exercices 4, 5 et 7, déterminer les valeurs exactes des nombres réels proposés.

Exercice 4

$$1. \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \boxed{}$$

$$2. \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \boxed{}$$

$$3. \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \boxed{}$$



Exercice 5

α est un réel de $] -\pi ; \pi]$ vérifiant

$$\cos(\alpha) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ et } \sin(\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\alpha = \boxed{}$$



Exercice 6

Déterminer une écriture plus simple, en fonction de $\cos(x)$ ou $\sin(x)$.

$$1. \cos(x - \pi) = \boxed{}$$

$$2. \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \boxed{}$$

$$3. \sin(\pi - x) = \boxed{}$$



Exercice 7

1. On a $\cos(x) = 0,2$ et $x \in [0 ; \pi[$.

$$\sin(x) = \boxed{}$$

2. On a $\sin(x) = 0,2$ et $x \in \left[\frac{\pi}{2} ; \frac{3\pi}{2}\right[$.

$$\cos(x) = \boxed{}$$



Je teste mes connaissances



Mon score : ... / 10

Pour aller plus loin...



Exercice 1

Calculer la somme de tous les entiers multiples de 4 compris entre 1 et 1 000.



Exercice 2

On admet que $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) = \frac{1 + \sqrt{5}}{4}$.
Déterminer la valeur exacte de $\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)$.



Exercice 3

Résoudre, sur l'intervalle $]-\pi; \pi]$, l'équation (E) : $2 \sin^2(t) - 3 \sin(t) + 1 = 0$,
d'inconnue le nombre réel t .



Pour s'amuser un peu...

Pierre, Philippe et Stéphane discutent d'un nombre à deux chiffres. Chacun d'eux dit une chose vraie et une chose fausse.

- Pierre : « il est pair et multiple de 3 ».
- Philippe : « il est multiple de 3 et son chiffre des unités est 5 ».
- Stéphane : « il est multiple de 5 et la somme de ses chiffres vaut 12 ».

Combien de valeurs différentes peut prendre ce nombre ?



Séance 11

Vers la Terminale

Je révise le cours



Mon score : ... / 10

Notions travaillées

- **Dérivation** : fonction dérivée
- **Probabilités** : variables aléatoires, loi de probabilité, espérance

1 Dérivation

Exercice 1

1. Déterminer l'expression de la dérivée de la fonction f , définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -7x^{11}$.

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) =$.



2. Déterminer l'expression de la dérivée de la fonction g , définie sur $\mathbb{R}^*$ par $g(x) = \frac{-1}{8x}$.

Pour tout $x \in \mathbb{R}^*$, $g'(x) =$.

Exercice 2

Déterminer l'expression de la dérivée de la fonction f , définie sur $\mathbb{R}_+^*$

par $f(x) = 3x^2 + 5x - 4\sqrt{x} + \frac{1}{x}$.

Pour tout $x \in \mathbb{R}_+^*$, $f'(x) =$.



Exercice 3

Déterminer l'expression de la dérivée de la fonction f , définie sur $\mathbb{R}$

par $f(x) = \frac{1}{-4x^2 - 4}$.

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) =$.



Exercice 4

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer l'expression de sa fonction dérivée.



1. f est définie sur $\mathbb{R}_+$ par $f(x) = (4x + 9)\sqrt{x}$.

Pour tout $x \in \mathbb{R}_+^*$, $f'(x) =$.

2. Dans cette question, on demande d'utiliser la formule de dérivation d'un produit.

g est définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -2(10x + 2)x^2$.

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g'(x) =$.

Exercice 5

Déterminer l'expression de la dérivée de la fonction f , définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$

par $f(x) = \frac{6x^2 - 4x - 10}{8x + 8}$.

Pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$, $f'(x) =$.



Exercice 6

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer l'expression de sa fonction dérivée.



1. f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (6x + 7)^9$.

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) =$.

2. g est définie sur $\left] -\infty; \frac{7}{6} \right]$ par $g(x) = \sqrt{-6x + 7}$.

Pour tout $x \in \left] -\infty; \frac{7}{6} \right[$, $g'(x) =$.

2 Probabilités

Exercice 7

Ce tableau donne la loi de probabilité d'une variable aléatoire X .

x_i	-1	5	8
$P(X = x_i)$	0,28	0,42	a

Calculer : $a =$.



Exercice 8

Ce tableau donne la loi de probabilité d'une variable aléatoire X .

x_i	-2	0	2
$P(X = x_i)$	0,2	0,15	0,65

Calculer : $E(X) =$.



Je teste mes connaissances



Mon score : ... / 10

Pour aller plus loin...

Exercice 1

Un joueur tire une carte dans un jeu de 32 cartes.

- S'il tire un cœur, il gagne 2 €.
- S'il tire un roi, il gagne 5 €.
- S'il tire une autre carte, il perd 1 €.

On note G la variable aléatoire donnant le gain algébrique du joueur.
Calculer l'espérance de G . Interpréter ce résultat.



Exercice 2

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer l'expression de sa fonction dérivée.

1. f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{-3x^2 + 5x - 1}{x^4 + 1}$.
2. g est la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par $g(x) = \frac{x^3}{(x-1)^2}$.



Pour s'amuser un peu...

Dans le plan muni d'un repère, on considère les points $A(0; 0)$, $B(0; 1)$ et $C(1; 0)$. On construit de nouveaux points en appliquant des symétries respectives de centre A , B ou C aux points A , B ou C . Puis, on construit, par le même procédé, de nouveaux points à partir des points précédemment construits. Est-il possible d'obtenir ainsi le point $D(1; 1)$?



Séance 12

Vers la Terminale

Je révise le cours



Mon score : ... / 10

Notions travaillées

- **Fonctions** : fonction dérivée, fonction exponentielle
- **Produit scalaire** : définitions équivalentes

1 Fonctions

Exercice 1

Déterminer l'expression de la dérivée de la fonction f ,

définie sur $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2} \right\}$
par $f(x) = \frac{5}{-4x^2 + 2}$.

Pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2} \right\}$, $f'(x) =$.



Exercice 2

Déterminer l'expression de la dérivée de la fonction f , définie sur $\mathbb{R}^*$ par
 $f(x) = 2 - 8x^2 + \frac{6}{x}$ (écrire le résultat sous la forme d'un seul quotient).

Pour tout $x \in \mathbb{R}^*$, $f'(x) =$.



Exercice 3

Simplifier les expressions suivantes.

$$A = \frac{e^{4x+3} \times e^{-2x-2}}{e^{3x-1}}$$

$$A =$$

$$B = e^{5x+3} \times (e^{2x-4} + e^{3x+2})$$

$$B =$$

$$C = \frac{(e^{5x+4})^2}{e^{5x-1}}$$

$$C =$$



2 Produit scalaire

Exercice 4

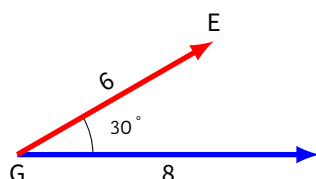
Dans un repère orthonormé, on considère les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \end{pmatrix}$.

Calculer : $\vec{u} \cdot \vec{v} =$.



Exercice 5

Calculer : $\overrightarrow{GI} \cdot \overrightarrow{GE} =$.



Exercice 6

On considère un triangle ABC tel que $AB = 9$, $AC = 2$ et $\widehat{BAC} = \frac{3\pi}{4}$.

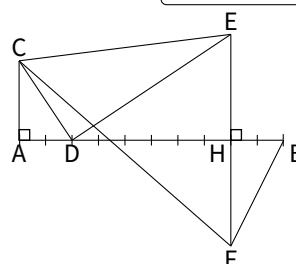
Calculer : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} =$.



Exercice 7

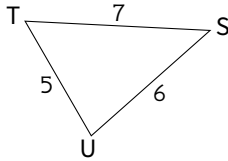
Sur la figure ci-dessous, les points du segment $[AB]$ sont régulièrement espacés. On a $AB = 10$.

Calculer : $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{HB} =$.



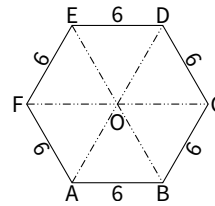
Exercice 8

Calculer : $\overrightarrow{TU} \cdot \overrightarrow{TS} = \boxed{}$.

**Exercice 9**

ABCDEF est un hexagone régulier de centre O.

Calculer : $\overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OA} = \boxed{}$.

**Je teste mes connaissances**

Mon score : ... / 10

Pour aller plus loin...**Exercice 1**

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x - 0,5x^2 - xe^{1-x}$.

1. Démontrer que, pour tout réel x , $f'(x) = (1-x)(1 - e^{1-x})$.
2. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$, et en déduire les variations de la fonction f .

**Exercice 2**

Soit A et B deux points du plan tels que $AB = 7$ et I le milieu du segment $[AB]$.

1. Démontrer que, pour tout point M du plan, $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = MI^2 - \frac{1}{4}AB^2$.
2. En déduire l'ensemble des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = \frac{51}{4}$.

**Exercice 3**

Soit ABCD un carré de côté 1 et I le milieu du côté $[AD]$.
Déterminer une mesure de l'angle $\widehat{ICA}$ arrondie au degré près.

**Pour s'amuser un peu...**

Soit n un entier naturel impair. Pierre écrit les nombres $1, 2, \dots, 2n$ au tableau. Puis il en choisit deux de son choix, a et b , les efface et écrit au tableau le nombre $|a - b|$. Démontrer qu'en répétant ce procédé, à la fin, le dernier écrit au tableau sera impair.



Séance 13

Vers la Terminale

Je révise le cours



Mon score : ... / 10

Notions travaillées

- **Second degré** : variation, parabole, signe, nombre de solutions
- **Produit scalaire** : orthogonalité, mesure d'angle, vecteur normal, équation cartésienne de droite

1 Second degré

Exercice 1

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 6x + 8$. Donner le plus grand intervalle sur lequel la fonction f est décroissante : .



Exercice 2

Soit u la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $u(x) = -2x^2 + 8x + 8$. Déterminer l'ordonnée du sommet de la parabole représentant u : .



Exercice 3

On donne le tableau de signes d'une fonction du second degré définie par $f(x) = ax^2 + bx + c$, où a, b et c sont des réels, $a \neq 0$.

x	$-\infty$	-7	6	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$	$-$



Sachant que $|a| = 5$, donner une expression factorisée de $f(x)$.

$f(x) =$

Exercice 4

Déterminer le nombre de solutions dans $\mathbb{R}$ de chacune des équations suivantes.



1. $-2x^2 + 2x + 1 = 0$ 2. $-5(x - 5)^2 - 3 = 0$

2 Produit scalaire

Exercice 5

Dans un repère orthonormé, on considère les vecteurs : $\vec{u} \begin{pmatrix} 7 \\ x \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -9 \\ 4 \end{pmatrix}$.



La valeur de x si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux est .

Exercice 6

Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(2; -2)$, $B(3; 3)$ et $C(-1; -5)$.



- Calculer : $\overline{AB} \cdot \overline{AC} =$.
- Montrer que $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = 6\sqrt{13} \cos(\widehat{BAC})$.
- En déduire une valeur approchée en degré à 0,1 près de la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$: .

Exercice 7

Dans un repère orthonormé, la droite d a pour équation $3x + 3y + 2 = 0$.

Donner les coordonnées d'un vecteur normal $\vec{u}$ de la droite d : .



Exercice 8

La droite (d) passe par le point A de coordonnées $(-3; -3)$ et a le vecteur

$\vec{n} \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$ comme vecteur normal.



Déterminer une équation cartésienne de (d) .

Je teste mes connaissances



Mon score : ... / 10

Pour aller plus loin...



Exercice 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$, les inéquations et l'équation suivantes.

1. $(e^x)^5 \geq e^{3x-4}$

2. $1 < e^{2x+3} < e^{x^2}$

3. $e^x + e^{-x} = 2$



Exercice 2

Soit m un nombre réel.

Déterminer les valeurs de m pour lesquelles la droite $\mathcal{D}_m$ d'équation $y = mx + 7$ ne coupe pas la courbe $\mathcal{C}_m$ d'équation $y = mx^2 + 7x + 11$.



Exercice 3

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

On considère les points $A(1; 5)$, $B(7; 7)$ et $C(7; -1)$.

1. Déterminer une équation cartésienne de chacune des médiatrices des segments $[AB]$ et $[AC]$.
2. Déterminer les coordonnées du point d'intersection K de ces deux médiatrices.
3. En déduire le rayon du cercle circonscrit au triangle ABC .



Pour s'amuser un peu...

Le principe des tiroirs dû au mathématicien Dirichlet peut s'énoncer de la manière suivante :

Soit n un entier naturel non nul. Si $(n+1)$ chaussettes se trouvent dans n tiroirs, alors au moins un tiroir contient au moins deux chaussettes.

1. Une cible pour fléchettes a pour forme un triangle équilatéral de côté 2.
 - a. Si on fait mouche avec cinq fléchettes, démontrer que deux d'entre elles sont à une distance inférieure ou égale à 1.
 - b. Si on fait mouche dix-sept fois, quelle est la plus petite distance entre deux fléchettes au maximum ?
2. Soit n un entier naturel non nul. Supposons qu'il y a n personnes dans une pièce. Démontrer qu'il y a au moins deux personnes qui ont le même nombre de connaissances dans la pièce.



Séance 14

Vers la Terminale

Je révise le cours



Mon score : ... / 10

Notions travaillées

- **Suites** : suites usuelles, calculs de termes, de raison, variation, Python
- **Géométrie** : volumes de solides, projeté orthogonal, produit scalaire

1 Suites

Exercice 1

En janvier 2024, une personne se décide à acheter un scooter coûtant 5 800 euros sans apport personnel. Le vendeur lui propose un crédit à la consommation d'un montant de 5 800 euros, au taux mensuel de 1,80 %.



Par ailleurs, la mensualité, fixée à 320 euros, est versée par l'emprunteur à l'organisme de crédit le 25 de chaque mois.

Ainsi, le capital restant dû augmente de 1,80 % puis baisse de 320 euros.

Le premier versement a lieu le 25 février 2024.

L'évolution du capital restant dû en euros est modélisée par une suite (v_n) , le terme v_n est le capital restant dû juste après la n -ième mensualité.

Préciser la valeur de v_0 : .

Exprimer, pour tout $n \in \mathbb{N}$, v_{n+1} en fonction de v_n .

Exercice 2

1. Soit (v_n) la suite définie par $v_0 = -4$, et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = v_n - 9n - 7$.

Alors, (v_n) est une suite ...

- ☐ décroissante
☐ ni croissante, ni décroissante
☐ croissante

2. Soit (v_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, par $v_n = \frac{-9}{n}$. Alors, (v_n) est une suite ...

- ☐ ni croissante, ni décroissante
☐ décroissante
☐ croissante



Exercice 3

L'instruction suite(3) renvoie .

```
def suite(n) :  
    u = 1  
    for i in range(1,n) :  
        u = u+i  
    return u
```



Exercice 4

Soit (w_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $w_{n+1} = 2w_n - 2$ et $w_0 = 5$.



1. On pose $v_n = w_n - 2$ pour tout entier naturel n .
Montrer que (v_n) est une suite géométrique.
Donner sa raison et son premier terme.

2. Exprimer, pour tout $n \in \mathbb{N}$, v_n en fonction de n .

3. En déduire l'expression du terme général de (w_n) en fonction de n : .

2 Géométrie

Exercice 5

Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère la droite d d'équation $-6x - 2y - 66 = 0$ et le point $A(12; 11)$.

Déterminer les coordonnées du point H projeté orthogonal de A sur d .



Exercice 6

1. Calculer le volume d'une pyramide de hauteur 3 cm et dont la base est un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent respectivement 5 cm et 6 cm : .

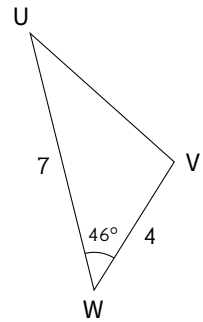


2. Calculer le volume d'une pyramide de hauteur 6 m et dont la base est un triangle. La base du triangle mesure 9 m et la hauteur associée à cette base mesure 3 m : .

Exercice 7

En utilisant la figure ci-contre, calculer UV à 10^{-1} près.

UV $\approx$



Je teste mes connaissances



Mon score : ... / 10

Pour aller plus loin...



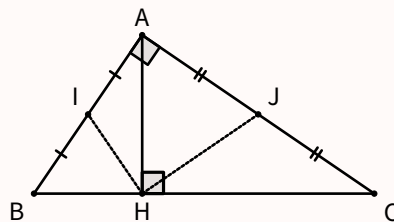
Exercice 1

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
On considère les points $A(3; 5)$, $B(-1; -2)$ et $C(8; 4)$.
Calculer la distance du point A à la droite (BC).



Exercice 2

Soit ABC un triangle rectangle en A. On note H le projeté orthogonal de A sur la droite (BC), I et J les milieux respectifs des segments [AB] et [AC].



1. Démontrer, à l'aide du produit scalaire, que $AH^2 = HB \times HC$.
2. En déduire que les droites (HI) et (HJ) sont orthogonales.



Pour s'amuser un peu...

Soit n un entier naturel non nul. À partir d'un n -uplet $(x_1; x_2; \dots; x_n)$, on construit un autre n -uplet en effectuant les opérations suivantes :

- on choisit deux nombres a et b du n -uplet $(x_1; x_2; \dots; x_n)$;
- on remplace a par $\frac{a+b}{\sqrt{2}}$ et b par $\frac{a-b}{\sqrt{2}}$ en laissant les autres nombres inchangés.

Peut-on transformer le quadruplet $\left(2; \sqrt{2}; \frac{1}{\sqrt{2}}; -\sqrt{2}\right)$ en $\left(1; 2\sqrt{2}; 1 - \sqrt{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$?



Devoir surveillé n° 1

QCM et étude de fonctions polynômes

Exercice 1

Ce QCM comprend cinq questions indépendantes.

Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte.

Indiquer la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.



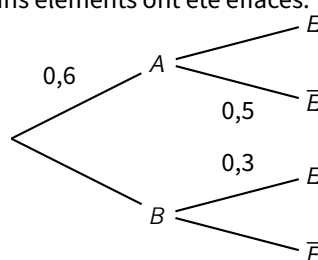
Question 1

On choisit au hasard un individu parmi les passagers en transit dans un aéroport. On a représenté ci-dessous un arbre de probabilités lié à certains événements dont certains éléments ont été effacés.

On considère les événements suivants :

- A : « le passager parle anglais » ;
- B : « le passager ne parle pas anglais » ;
- E : « le passager est un membre de l'Union Européenne ».

Parmi les propositions suivantes, laquelle est vraie ?



a. $P_B(E) = 0,12$	b. $p(E) = 0,42$	c. La probabilité que le passager choisi soit européen et ne parle pas anglais est 0,3.	d. $P(A \cup B) = 1,1$
--------------------	------------------	---	------------------------

Question 2

Le plan est muni d'un repère orthonormé. Soit D la droite d'équation $3x + y - 2 = 0$. Parmi les propositions suivantes, laquelle est vraie ?

a. Le point de coordonnées $(6 ; -15)$ appartient à D .	b. D est perpendiculaire à la droite d'équation $12x + 4y = 0$.	c. Le vecteur de coordonnées $(1 ; 3)$ est un vecteur directeur de D .	d. Le vecteur de coordonnées $(3 ; 1)$ est un vecteur directeur des droites perpendiculaires à D .
---	--	--	--

Question 3

On considère, dans l'ensemble des réels, l'équation trigonométrique $\sin x = 1$. Parmi les propositions suivantes, laquelle est vraie ?

a. Cette équation admet une unique solution dans l'ensemble des réels.	b. Cette équation admet une infinité de solutions dans l'ensemble des réels.	c. 2π est une solution de cette équation.	d. $-\frac{57\pi}{2}$ est une solution de cette équation.
--	--	---	---

Question 4

Soit f la fonction définie sur l'ensemble des nombres réels par $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$ et $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère du plan. Parmi les propositions suivantes, laquelle est vraie ?

a. La courbe $\mathcal{C}$ n'admet pas de tangente au point d'abscisse 0.	b. La tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0 pour équation $y = 2x$.	c. La tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0 a pour coefficient directeur 1.	d. La tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0 est parallèle à l'axe des abscisses.
---	---	--	---

Question 5

Soit la fonction f définie sur l'intervalle $] -2 ; +\infty[$ par $f(x) = \frac{x-3}{x+2}$. f est dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$. Que vaut $f'(x)$ pour tout réel x de $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$?

a. 1	b. $\frac{2x-1}{(x+2)^2}$	c. $\frac{5}{(x+2)^2}$	d. $2x-1$
------	---------------------------	------------------------	-----------

Exercice 2

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + 7x^2 + 11x - 19$.
On note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère du plan.



- 1) On note f' la fonction dérivée de la fonction f sur $\mathbb{R}$. Déterminer l'expression de $f'(x)$.
- 2) Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'inéquation $3x^2 + 14x + 11 > 0$.
En déduire le tableau de variations de la fonction f .
- 3) Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0.
- 4) Justifier que 1 est solution de $x^3 + 7x^2 + 11x - 19 = 0$.
Vérifier que pour tout réel x : $f(x) = (x - 1)(x^2 + 8x + 19)$.
- 5) Étudier le signe de la fonction f et en dresser le tableau de signes sur $\mathbb{R}$.

Devoir surveillé n° 2

QCM et variables aléatoires

Exercice 1

Ce QCM comprend cinq questions indépendantes.

Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte.

Indiquer la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.



Question 1 :

Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(4 ; 2)$ et $B(2 ; 6)$. Laquelle de ces équations est une équation cartésienne de la médiatrice du segment $[AB]$?

a. $x = 3$	b. $x - 2y + 5 = 0$	c. $x + 2y - 11 = 0$	d. $y = 0,5x + 3$
------------	---------------------	----------------------	-------------------

Question 2 :

On donne deux points P et N tels $PN = 6$.

Que forme l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{MN} = 0$?

a. la droite (PN)	b. le cercle de diamètre $[PN]$	c. un cercle de rayon 6	d. le milieu du segment $[PN]$
---------------------	---------------------------------	-------------------------	--------------------------------

Question 3 :

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 - 4x + 5$.

Quelle est l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de g dans un repère orthonormé, au point d'abscisse -1 ?

a. $y = 8x + 7$	b. $y = -7x + 1$	c. $y = -x + 7$	d. $x = -0,5$
-----------------	------------------	-----------------	---------------

Question 4 :

Quelle est l'équation de l'axe de symétrie de la parabole d'équation $y = x^2 + x + 3$?

a. $y = x$	b. $y = -0,5x + 1$	c. $y = -0,5$	d. $x = -0,5$
------------	--------------------	---------------	---------------

Question 5 :

Quel est l'ensemble des solutions, dans $\mathbb{R}$, de l'inéquation $-3e^{x+2} > -3e^4$ d'inconnue x ?

a. $] -2 ; +\infty[$	b. $]2 ; +\infty[$	c. $] -\infty ; 2[$	d. $] -\infty ; -2[$
----------------------	--------------------	---------------------	----------------------

Exercice 2

Une étude statistique menée lors des entraînements montre que, pour un tir au but, Karim marque avec une probabilité de 0,7.

Karim effectue une série de 3 tirs au but. Les deux issues possibles après chaque tir sont les événements :



- M : « Karim marque un but » ;
- R : « Karim rate le tir au but ».

On admet que les tirs au but de Karim sont indépendants.

- 1) On note X la variable aléatoire qui prend pour valeur le nombre total de buts marqués à l'issue de cette série de tirs par Karim.
 - a) Réaliser un arbre pondéré permettant de décrire toutes les issues possibles.
 - b) Déterminer la loi de probabilité de X .
 - c) Calculer l'espérance $E(X)$ de la variable aléatoire X .
- 2) On propose à un spectateur le jeu suivant : il mise 15 € avant la série de tirs au but de Karim ; chaque but marqué par Karim lui rapporte 6 € et chaque but manqué par Karim ne lui rapporte rien.

On note Y la variable aléatoire qui prend pour valeur le gain algébrique du spectateur, c'est-à-dire la différence entre le gain total obtenu et la mise engagée.

- a) Exprimer Y en fonction de X .
- b) Calculer l'espérance $E(Y)$ de la variable aléatoire Y .
Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

Devoir surveillé n° 3

QCM et suites numériques

Exercice 1

Ce QCM comprend cinq questions indépendantes.

Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte.

Indiquer la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.



Question 1

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \sin(x) - x$.

Parmi les propositions suivantes, laquelle est vraie ?

a. f est paire	b. f est impaire	c. Pour tout réel x , $f(x + 2\pi) = f(x)$	d. Pour tout réel x , $f(x + \pi) = -f(x)$
------------------	--------------------	---	---

Question 2

Quelles sont les solutions de l'équation $2 \cos(x) - \sqrt{3} = 0$ dans l'intervalle $] -\pi ; \pi]$?

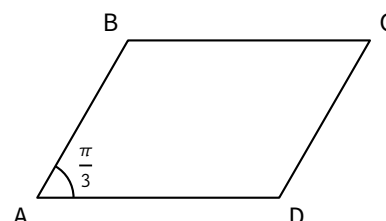
a. $-\frac{\pi}{6}$ et $\frac{\pi}{6}$	b. $-\frac{\pi}{4}$ et $\frac{\pi}{4}$	c. $-\frac{\pi}{3}$ et $\frac{\pi}{3}$	d. $-\frac{2\pi}{3}$ et $\frac{2\pi}{3}$
--	--	--	--

Question 3

Soit ABCD un parallélogramme tel que :

$AB = 3$, $AD = 4$ et $\widehat{BAD} = \frac{\pi}{3}$.

Que vaut le produit scalaire $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DC}$?



a. 12	b. -12	c. 6	d. -6
-------	--------	------	-------

Question 4

Le plan est muni d'un repère orthonormé.

On considère la droite (d_1) d'équation $3x - 4y + 1 = 0$. Laquelle de ces équations cartésiennes est celle de la droite (d_2) perpendiculaire à (d_1) et passant par le point $A(1 ; 1)$?

a. $4x + 3y = 0$	b. $4x + 3y - 7 = 0$	c. $x + y - 2 = 0$	d. $-4x + 3y + 1 = 0$
------------------	----------------------	--------------------	-----------------------

Question 5

Le plan est muni d'un repère orthonormé. On considère les droites (d) et (d') d'équations respectives $2x - y + 5 = 0$ et $-4x + 2y + 7 = 0$. Quelle est la position relative de ces deux droites ?

a. confondues	b. sécantes	c. parallèles	d. perpendiculaires
---------------	-------------	---------------	---------------------

Exercice 2

Un service de vidéos à la demande, réfléchit au lancement d'une nouvelle série, mise en ligne chaque semaine, et qui aurait comme sujet, le quotidien de jeunes gens favorisés.

Le nombre de visionnages estimé la première semaine est de 120 000. Ce nombre augmenterait ensuite de 2 % chaque semaine.

Les dirigeants souhaiteraient obtenir au moins 400 000 visionnages par semaine.

On modélise cette situation par une suite (u_n) où u_n représente le nombre de visionnages, n semaines après le début de la diffusion. On a donc $u_0 = 120\,000$.



Correction

- 1) Calculer le nombre u_1 de visionnages une semaine après le début de la diffusion.
- 2) Justifier que pour tout entier naturel n , $u_n = 120\,000 \times 1,02^n$.
- 3) À partir de combien de semaines, le nombre de visionnages hebdomadaire sera-t-il supérieur à 150 000?
- 4) Voici un algorithme écrit en langage Python :

```
def seuil():  
    u = 120000  
    n = 0  
    while u < 400000:  
        n = n+1  
        u = 1.02*u  
    return n
```

Déterminer la valeur affichée par cet algorithme et interpréter le résultat précédent dans le contexte de l'exercice.

- 5) On pose pour tout entier naturel n : $S_n = u_0 + \dots + u_n$. Montrer que l'on a :

$$S_n = 6\,000\,000 \times (1,02^{n+1} - 1).$$

En déduire le nombre total de visionnages au bout de 52 semaines (arrondir à l'unité).

Devoir surveillé n° 4

QCM et étude de fonctions exponentielles

Exercice 1

Ce QCM comprend cinq questions indépendantes.

Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte.

Indiquer la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.



Question 1

Soit x un nombre réel. Que vaut $\frac{e^{5x}}{e^{2x-2}}$?

a. e^{3x+2}	b. e^{3x-2}	c. $e^{2,5x-2,5}$	d. e^{7x-2}
---------------	---------------	-------------------	---------------

Question 2

Soit la suite définie par :
$$\begin{cases} u_0 &= 2 \\ u_{n+1} &= 3u_n - 2 \end{cases} \quad \text{pour } n \in \mathbb{N}.$$
 Quelle est la valeur de u_3 ?

a. 7	b. 10	c. 28	d. 4
------	-------	-------	------

Question 3

Dans un atelier, 3 % des pièces produites sont défectueuses. On constate qu'au cours du contrôle qualité, si la pièce est bonne, elle est acceptée dans 95 % des cas, et que si elle est défectueuse, elle est refusée dans 98 % des cas. Quelle est la probabilité qu'une pièce soit refusée ?

a. 0,077 9	b. 0,029 4	c. 0,048 5	d. 0,98
------------	------------	------------	---------

Question 4

Sachant que $\cos x = \frac{5}{13}$ et que x est compris entre $-\frac{\pi}{2}$ et 0, quelle est la valeur de $\sin x$?

a. $\frac{8}{13}$	b. $-\frac{8}{13}$	c. $\frac{12}{13}$	d. $-\frac{12}{13}$
-------------------	--------------------	--------------------	---------------------

Question 5

La loi de probabilité d'une variable aléatoire X est donnée par le tableau ci-dessous :

Valeurs x_i	-2	0	5
$p_i = P(X = x_i)$	0,3	0,5	0,2

Quelle est l'espérance $E(X)$ de la variable aléatoire X ?

a. 3	b. 0,9	c. 0,4	d. 0,5
------	--------	--------	--------

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = e^{2x} + 6e^x - 8x - 4.$$

Dans le plan rapporté à un repère orthogonal, on considère :

- $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f ;
- $\mathcal{D}$ la droite d'équation cartésienne $y = -8x - 4$.

- 1) Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 2(e^x - 1)(e^x + 4)$.
- 2) Étudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$.
- 3) Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
- 4) En déduire le signe de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$.
- 5) La courbe $\mathcal{C}_f$ et la droite $\mathcal{D}$ ont-elles un point commun? Justifier.



Correction

Devoir surveillé n° 5

QCM et probabilités conditionnelles

Exercice 1

Ce QCM comprend cinq questions indépendantes.

Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte.

Indiquer la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.



Question 1

On considère les points $E(3 ; -4)$ et $F(7 ; 2)$.

Par quel point passe la droite (EF) ?

a. $A(0 ; 8)$	b. $B(5,5 ; 0)$	c. $C(13 ; 11)$	d. $D(-25 ; 45)$
---------------	-----------------	-----------------	------------------

Question 2

On considère la droite D qui a pour équation réduite $y = -2x + 4$.

Parmi les vecteurs suivants, quel est celui qui est un vecteur normal de la droite D ?

a. $\vec{n}_1(2 ; 1)$	b. $\vec{n}_2(-1 ; 2)$	c. $\vec{n}_3(1 ; -2)$	d. $\vec{n}_4(-2 ; 1)$
-----------------------	------------------------	------------------------	------------------------

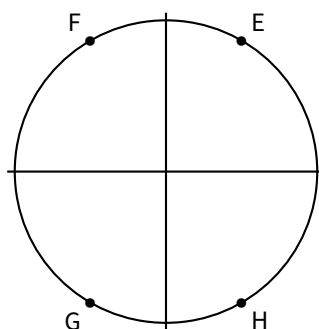
Question 3

Soit ABCD un carré de côté 6 et I le milieu de [BC]. Quelle est la valeur du produit scalaire $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AI}$?

a. -18	b. 18	c. 36	d. $9\sqrt{5}$
--------	-------	-------	----------------

Question 4

Sur le cercle trigonométrique ci-dessous, quel est le point image du nombre $\frac{14\pi}{3}$?



a. E	b. F	c. G	d. H
------	------	------	------

Question 5

Sachant que le réel x appartient à l'intervalle $\left[\frac{\pi}{2} ; \pi\right]$ et que $\sin x = 0,8$, quelle est la valeur de $\cos x$?

a. 0,6	b. -0,6	c. 0,2	d. -0,2
--------	---------	--------	---------

Exercice 2

Un cafetier propose à ses clients des cookies au chocolat ou aux noisettes en s'approvisionnant dans trois boulangeries. Un client prend un cookie au hasard.

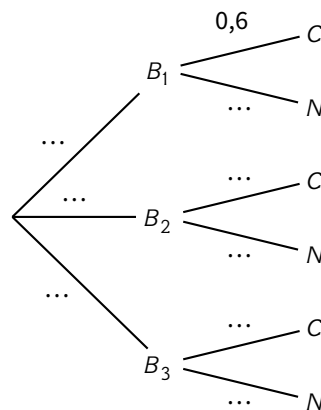
On note :

- C l'événement « le cookie est au chocolat »;
- N l'événement « le cookie est aux noisettes »;
- B_1 l'événement « le cookie provient de la boulangerie 1 »;
- B_2 l'événement « le cookie provient de la boulangerie 2 »;
- B_3 l'événement « le cookie provient de la boulangerie 3 ».

On suppose que :

- la probabilité que le cookie provienne de la boulangerie 1 est de 0,49;
- la probabilité que le cookie provienne de la boulangerie 2 est de 0,36;
- $P_{B_2}(C) = 0,4$ où $P_{B_2}(C)$ est la probabilité conditionnelle de C sachant B_2 ;
- la probabilité que le cookie soit aux noisettes sachant qu'il provient de la troisième boulangerie est de 0,3.

L'arbre pondéré ci-dessous correspond à la situation et donne une information supplémentaire : le nombre 0,6 sur la branche de B_1 à C .



- 1) Exprimer, par une phrase, l'information donnée par le nombre 0,6 sur la branche de B_1 à C .
- 2) Recopier et compléter, sur la copie, l'arbre pondéré ci-dessus.
- 3) Définir, par une phrase, l'événement $B_1 \cap C$ et calculer sa probabilité.
- 4) Montrer que la probabilité $P(C)$ d'avoir un cookie au chocolat est égale à 0,543.
- 5) Calculer la probabilité d'avoir un cookie provenant de la boulangerie 2 sachant qu'il est au chocolat. On donnera le résultat arrondi au millièème.



Devoir surveillé n° 6

QCM et modélisation avec fonction rationnelle

Exercice 1

Ce QCM comprend cinq questions.

Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte.

Indiquer la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.



Question 1

ABC est un triangle tel que $AB = 5$, $AC = 6$ et $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{4}$. Quelle est la valeur du produit scalaire $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$?

a. $15\sqrt{2}$	b. $15\sqrt{3}$	c. $\frac{15}{2}$	d. 15
-----------------	-----------------	-------------------	-------

Question 2

ABCD est un carré de centre O tel que $AB = 1$. Quelle est la valeur du produit scalaire $\overline{AB} \cdot \overline{OB}$?

a. 1	b. 0	c. 0,5	d. -1
------	------	--------	-------

Question 3

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs orthogonaux tels que $\|\vec{u}\| = 2$ et $\|\vec{v}\| = 1$.

Quelle est la valeur de $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (2\vec{u} - \vec{v})$?

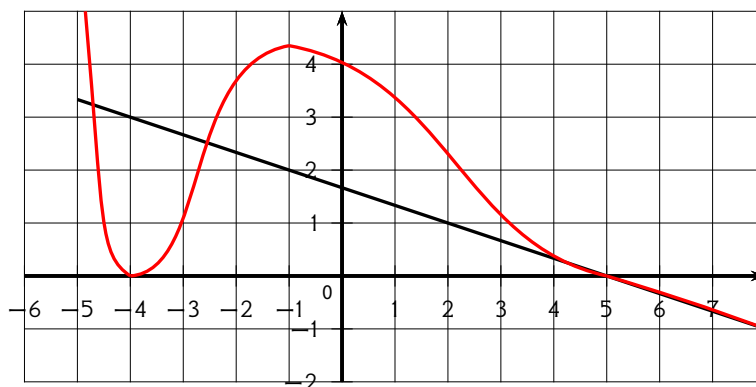
a. 6	b. 9	c. 13	d. 7
------	------	-------	------

Le graphique ci-dessous donne la courbe représentative C , dans un repère orthonormé, d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

On note f' la dérivée de la fonction f .

La droite D est tangente à la courbe C au point $A(5 ; 0)$.

Les questions 4 et 5 se rapportent à cette même fonction f .



Question 4

Quelle est la valeur de $f'(5)$?

a. 3	b. -3	c. $\frac{1}{3}$	d. $-\frac{1}{3}$
------	-------	------------------	-------------------

Question 5

Laquelle de ces inégalités est vraie pour tout réel x de l'intervalle $] -\infty ; 0]$?

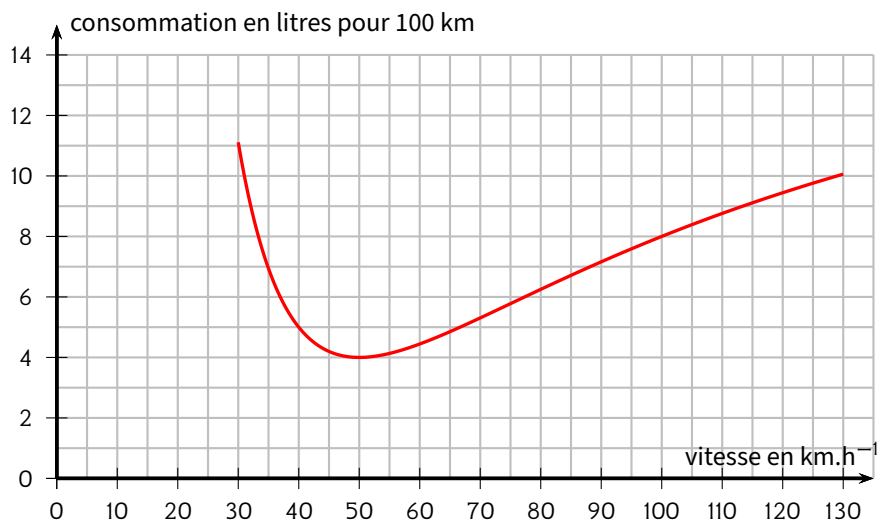
a. $f'(x) \leq 0$	b. $f'(x) \geq 0$	c. $f(x) \geq 0$	d. $f'(x) \leq 0$
-------------------	-------------------	------------------	-------------------

Exercice 2

On s'intéresse à la consommation d'essence d'un véhicule en fonction de sa vitesse.

Lecture graphique

Le graphique ci-dessous représente la consommation d'essence en litres pour 100 km en fonction de la vitesse en km.h^{-1} du véhicule.



Avec la précision permise par le graphique, répondre aux questions suivantes :

- 1) Quelle est la consommation du véhicule lorsque celui-ci roule à 40 km.h^{-1} ?
- 2) Pour quelle(s) vitesse(s) le véhicule consomme-t-il 8 litres pour 100 km ?
- 3) Pour quelle vitesse la consommation du véhicule semble-t-elle minimale ?

Modélisation

Si on note x la vitesse du véhicule en km.h^{-1} , avec $30 \leq x \leq 130$, la consommation d'essence en litres pour 100 km est modélisée par la fonction f d'expression :

$$f(x) = \frac{20x^2 - 1600x + 40\,000}{x^2}.$$

On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[30; 130]$.

- 4) Montrer que pour tout $x \in [30; 130]$,

$$f'(x) = \frac{800(2x - 100)}{x^3}.$$

- 5) Démontrer la conjoncture de la question 3.