

# Rallye mathématique du Centre

## Correction de l'épreuve préparatoire décembre 2018

### Exercice n°1

### Paul ou Virginie

5 points

Temps mis par Paul et Virginie pour se rejoindre :  $\frac{1}{3}$  h. (car  $v = 3$  km/h)  
Distance parcourue par Médor lorsque Paul et Virginie se rencontrent :

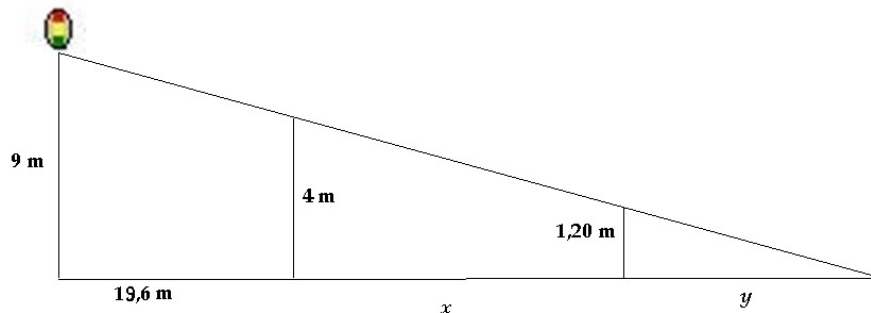
$$d = t \times V_{medor}$$
$$d = \frac{8}{3} \text{ km}$$

Médor aura parcouru environ 2,666 km lorsque Paul et Virginie se rencontreront.

### Exercice n°2

### Verra verra pas

5 points



Configuration de Thalès :

$$\frac{1,2}{y} = \frac{4}{x+y} = \frac{9}{19,6+x+y}$$

$$\frac{1,2}{y} = \frac{4}{x+y} \quad \text{donne} \quad 1,2x + 1,2y = 4y \quad \text{d'où} \quad 1,2x - 2,8y = 0$$

$$\frac{1,2}{y} = \frac{9}{19,6+x+y} \quad \text{donne} \quad 23,52 + 1,2x + 1,2y = 9y \quad \text{d'où} \quad 1,2x - 7,8y = -23,52$$

Il faut donc résoudre le système :

$$\begin{cases} 1,2x - 2,8y = 0 \\ 1,2x - 7,8y = -23,52 \end{cases}$$

On trouve  $x = 10,98$  m et  $y = 4,7$  m.

Le conducteur doit être arrêté à presque 11 m derrière la remorque du camion.

En raisonnant plus astucieusement, en retirant 1,2 m à toutes les hauteurs, on peut appliquer directement le théorème de Thalès.

Il vient alors  $\frac{2,8}{7,8} = \frac{x}{19,6+x}$  ce qui donne  $7,8x = 2,8x + 19,6 \times 2,8$ .

d'où  $x = \frac{54,88}{5} = 10,98$ .

**Exercice n°3****Décortiquer la graine...****8 points**

Il suffit de tester les différentes possibilités pour la graine, à savoir : 1, 2, 4, 5, 10 et 20. Seule la graine 4 convient.

W	23	$23 - 1 = 22$	V	
H	8	$8 - 22 + 26$	L	
N	14			STOP
D	4			
E	5			
A	1			
N	14			
V	22			
B	2			

W	23	$23 - 1 = 22$	V	
H	8	$8 - 22 + 26 = 12$	L	
N	14			STOP
D	4			
E	5			
A	1			
N	14			
V	22			
B	2			

W	23	$23 - 2 = 21$	U	
H	8	$8 - 21 + 26 = 13$	M	
N	14			STOP
D	4			
E	5			
A	1			
N	14			
V	22			
B	2			

W	23	$23 - 4 = 19$	S	
H	8	$8 - 19 + 26 = 15$	O	
N	14	$14 - 15 + 26 = 25$	Y	
D	4	$4 - 25 + 26 = 5$	E	
E	5	$5 - 5 + 26 = 26$	Z	
A	1	$1 + 26 - 26 = 1$	A	
N	14	$14 - 1 = 13$	M	
V	22	$22 - 13 = 9$	I	
B	2	$2 - 9 + 26 = 19$	S	

WHNDE ANVB est SOYEZ AMIS

**Exercice n°4****Somme toute****8 points**

- 1, 9, 7, 17, 33, 57, 107, 197.
- 7, 4, 2, 13, 19, 34, 66, 119, 219, 404, 742. On retrouve 742.
- Les nombres cherchés sont les suivants : 14, 19, 28, 47, 61 et 75.

**Exercice n°5****Coktail multicolore****8 points**

Pour obtenir les couleurs mélangées, il reste  $2,2 \text{ m}^2$  de bleu,  $2,4 \text{ m}^2$  de rouge et  $2,1 \text{ m}^2$  de jaune. Ensuite, on teste les différentes possibilités et on trouve que les surfaces à peindre en vert, orange et violet sont respectivement de  $0,9 \text{ m}^2$ ,  $2 \text{ m}^2$  et  $3,8 \text{ m}^2$ .

**Exercice n°6****On ne peut pas tout faire !****12 points**

Zigzag  $L = 20\sqrt{10} + 3 + 30 \approx 96,25$  cm

Directe  $L = 10\sqrt{10} + 10 \times 3 + \sqrt{109} + 30 \approx 102,06$  cm

Rapide  $L = 10\sqrt{10} + 9 \times 3 + 2\sqrt{34} + 30 \approx 100,28$  cm

Collet Français  $L = 2\sqrt{10} + 10 \times 3 + 9\sqrt{13} + 30 \approx 98,77$  cm

Semi-direct  $L = 8\sqrt{10} + 10 \times 3 + \sqrt{13} + 2\sqrt{34} + 30 \approx 100,57$  cm

Créneau  $L = 10 \times 3 + 10 + \sqrt{109} + 30 \approx 80,44$  cm

Maud peut utiliser le zigzag, le collet français et le créneau.

**Exercice n°7****Un problème de Mahavira****5 points**Soit  $n$  le nombre de chameaux du troupeau, on obtient :  $\frac{1}{4} \times n + 2\sqrt{n} + 15 = n$ d'où  $\frac{-3}{4} \times n + 2\sqrt{n} + 15 = 0$ On utilise le tableur ou la calculatrice pour déterminer l'entier  $n$  qui vérifie la relation précédente.

	$(-0,75)*A1+2*\text{Racine}(A1)+15$
1	16,25
2	16,32842712
3	16,21410162
4	16
5	15,72213595
6	15,39897949
7	15,04150262
8	14,65685425
9	14,25
10	13,82455532
11	13,38324958
12	12,92820323
13	12,46110255
14	11,98331477
15	11,49596669
16	11
17	10,49621125
18	9,985281374
19	9,467797887
20	8,94427191
21	8,41515139
22	7,88083152
23	7,341663047
24	6,797958971
25	6,25
26	5,698039027
27	5,142304845
28	4,583005244
29	4,020329614
30	3,45445115
31	2,885528726
32	2,313708499
33	1,739125293
34	1,16190379
35	0,582159566
36	0
37	-0,584474939
38	-1,171171994

Le troupeau contient 36 chameaux.

**Exercice n°8**

**Touché, coulé!**

8 points

1. (a)

Il n'y a a priori pas de difficultés. Un bateau est constitué de 2 cases contiguës. L'expérience aléatoire correspondante consiste à toucher une des cases. Il y a 2 cases favorables sur 100 cases possibles. La probabilité est donc de 2/100, soit **1/50**.

(b)

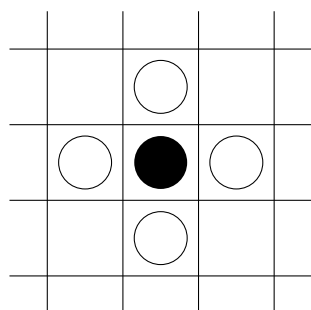
C'est une nouvelle expérience aléatoire. Cette fois, les cases du bateau étant contiguës, et comme on est en E5 (case "standard"), il y a 4 cases favorables pour atteindre la deuxième case du bateau, qui sont **E4, E6, D5 et F5**.

(c)

Il faut de nouveau se placer dans une autre expérience aléatoire, et envisager trois cas distincts, selon la case touchée. On sait que 2 cases sont "favorables".

1er cas :

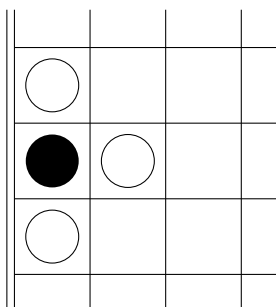
Case "standard"



même cas que la b/  
4 cases sont possibles.

2ème cas :

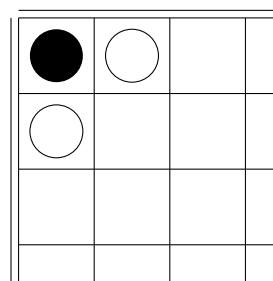
Case touchant un bord, mais pas en coin.



3 cases sont possibles.

3ème cas :

coin.



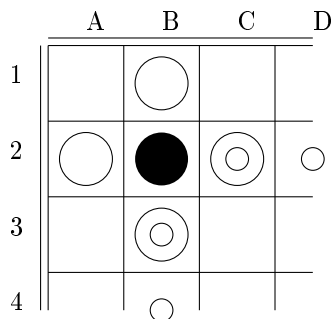
Cette fois, seules 2 cases sont possibles.

Seul, le 3ème cas correspond à la description. La position des cases favorables est alors donnée : par exemple, B1 et A2 si Léa a joué en A1.

Les positions possibles de la case touchée du bateau de Pierre sont : **A1, A10, J1, et J10**.

D'où 8 positions possibles du bateau : **(A1,A2); (A1,B1); (A9,A10); (A10,B10); (J1,J2); (I1,J1); (I10,J10) et (J9,J10)**

2. L'expérience consiste à atteindre une deuxième case (et une seule). La disposition des cases favorables se trouve dans le dessin suivant :

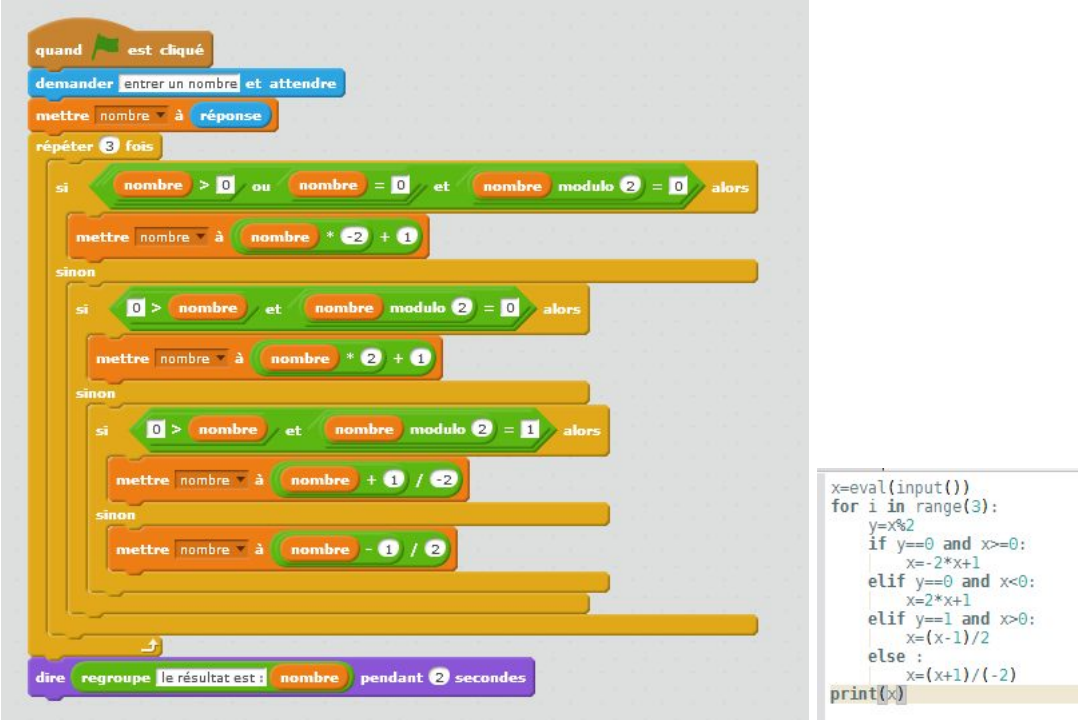


On s'aperçoit alors que certaines cases correspondent à deux positions du bateau. Ce sont les cases **B3 et C2** qui donnent le maximum de chance.

12 points

1. •  $n = 0 \rightarrow n = 1 \rightarrow n = 0 \rightarrow n = 1$
- $n = -1 \rightarrow n = 0 \rightarrow n = 1 \rightarrow n = 0$
- $n = 14 \rightarrow n = -27 \rightarrow n = 13 \rightarrow n = 6$
- $n = -16 \rightarrow n = -31 \rightarrow n = 15 \rightarrow n = 7$
- $n = 2011 \rightarrow n = 1005 \rightarrow n = 502 \rightarrow n = -1003$

2.



The image shows a Scratch script and its equivalent Python code. The Scratch script starts with a 'when clicked' event, followed by a 'ask for number' block. A 'repeat 3 times' loop contains three conditional blocks. The first block checks if the number is greater than 0 or equal to 0 and even, then sets the number to  $x * -2 + 1$ . The second block checks if the number is greater than 0 and even, then sets the number to  $x * 2 + 1$ . The third block checks if the number is greater than 0 and odd, then sets the number to  $x + 1 / -2$ . The fourth block checks if the number is greater than 0 and odd, then sets the number to  $x - 1 / 2$ . Finally, the script says 'regroupe le résultat est : nombre pendant 2 secondes'.

```

x=eval(input())
for i in range(3):
    y=x%2
    if y==0 and x>=0:
        x=-2*x+1
    elif y==0 and x<0:
        x=2*x+1
    elif y==1 and x>0:
        x=(x-1)/2
    else :
        x=(x+1)/(-2)
print(x)

```

3. Si l'on fait fonctionner ce programme avec un entier pair supérieur ou égal à 2 , on obtient la moitié du nombre moins 1.
4. Les nombres qui donnent 2019 comme affichage final sont : 16159,  $-16159$ , 4040,  $-4040$ , 4041 et  $-4041$ .