

Rallye mathématique du Centre et du Congo

Épreuve officielle

Mardi 13 mars 2018

Il est rappelé que toute réponse devra être accompagnée d'une justification.
Les solutions partielles seront examinées.

Exercice n°1

Nombres Harshad

8 points

Les nombres Harshad sont les nombres entiers strictement positifs qui sont divisibles par la somme de leurs chiffres. Par exemple 7, 54, 110, 2010 sont des nombres Harshad.

1. Quel est le plus petit nombre qui n'est pas Harshad ?
2. Donner la liste de tous les nombres Harshad inférieurs à 200.
3. Donner un nombre Harshad s'écrivant avec 33 chiffres.
4. Donner un nombre Harshad s'écrivant avec 24 chiffres se terminant par 2.
5. Existe-t-il un nombre Harshad premier strictement supérieur à 7 ?

Exercice n°2

Éteindre le feu

5 points

Lors des incendies, il est fréquent que les pompiers utilisent des avions bombardiers d'eau aussi appelés canadairs.

A Bormes-les-Mimosas en juillet 2017, les canadairs utilisés contenaient deux réservoirs de 3000 L chacun. Lors de l'écopage (phase de remplissage à plein des réservoirs) le canadair vole à une vitesse de 110 km/h et le remplissage se fait avec un débit de $0,5 \text{ m}^3/\text{s}$.



Le 26 juillet 2017, 4 canadairs ont été utilisés pendant 4 heures sans faire de pause. La durée d'une rotation pour chacun des 4 avions (c'est à dire du remplissage au largage puis retour au plan d'eau) était de 3 minutes.

1. Quelle distance parcourt un canadair lors d'un écopage ?
2. Quel volume d'eau les canadairs ont-ils largué le 26 juillet ?

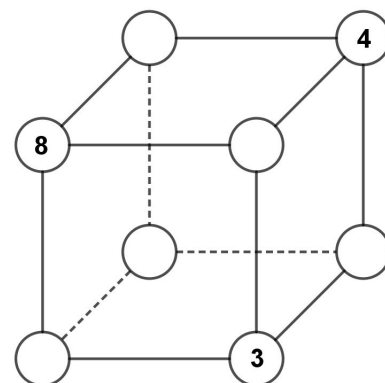
Exercice n°3

Quand le cube fait sa somme

5 points

Sur le cube ci-contre, cinq nombres manquent. Compléter les cases vides par des nombres entiers positifs de façon à ce que la somme des quatre nombres sur chacune des six faces soit toujours égale à 18.

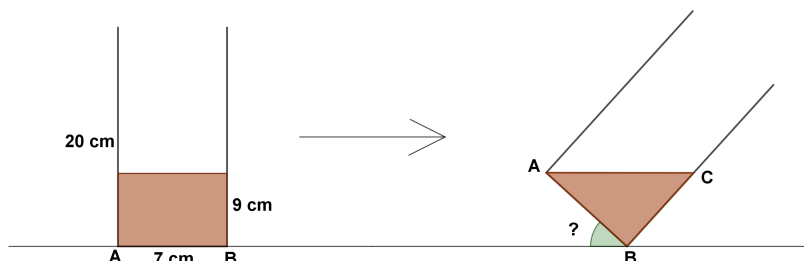
Donner toutes les solutions possibles.



Exercice n°4**Un problème renversant****6 points**

Un grand verre en forme de pavé droit dont la base est un carré de 7 cm de côté et dont la hauteur est de 20 cm contient du jus d'orange sur une hauteur de 9 cm.

- On incline progressivement le verre le long d'une arête de la base, de façon à commencer à apercevoir le fond et on s'arrête à cette limite, comme indiqué sur la figure ci-dessous. Du jus d'orange est-il sorti du verre ?
- De quel angle le verre a-t-il été incliné ?

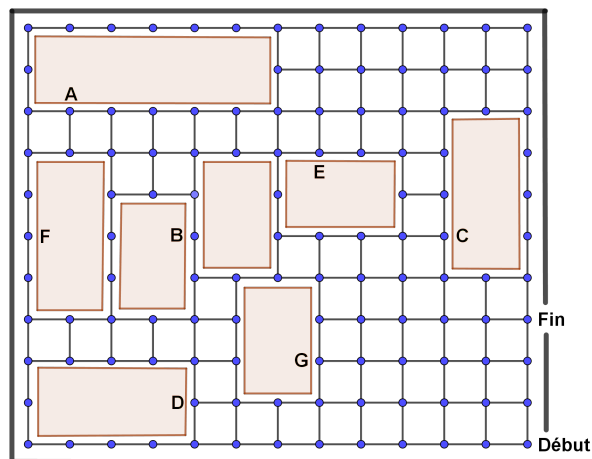


Attention :
la figure ci-contre n'est pas représentée à l'échelle.

Exercice n°5**Les courses des robots R2 et D2****6 points**

Dans l'entrepôt de stockage d'un commerçant en ligne, les rails sur lesquels les robots préparateurs de commandes se déplacent forment un quadrillage, comme représenté sur le schéma ci-contre. Chaque carré de ce quadrillage mesure 1 m sur 1 m.

Les robots R2 sont programmés pour effectuer le trajet le plus court mais en respectant l'ordre de la commande alors que les robots D2 ont eux, la possibilité de changer l'ordre afin de réaliser un trajet plus court. Tous les robots partent du point **Début** et finissent au point **Fin**. Les produits sont rangés dans des rayonnages représentés par des rectangles gris sur le schéma. Un robot peut prendre un produit lorsqu'il est sur le point du quadrillage situé en face du produit désiré (représenté par son initiale sur le schéma).

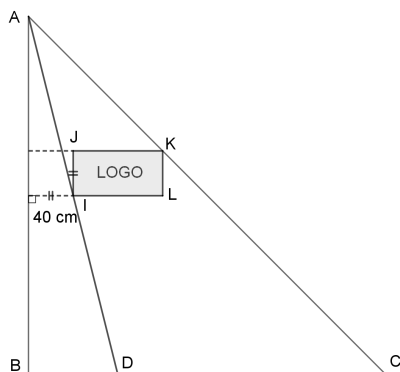


La commande à préparer est la suivante : **A**genda, **B**oîte de craies, **C**ompas, **D**ictionnaire, **E**querre, **F**euilles, **G**omme.

Quelle est la distance parcourue par un robot R2 et celle parcourue par un robot D2 ?
Tracer en rouge sur le schéma un chemin fléché correspondant au robot R2 puis le découper et le coller sur votre feuille réponse. Faire de même en vert pour un robot D2 sur un autre schéma.

Exercice n°6**Le logo prend la voile****6 points**

Un fabricant de voiles inscrit son logo rectangulaire selon le même procédé sur toutes les voiles de ses créations. La hauteur du logo est toujours de 40 cm mais la largeur varie selon les dimensions de la voile (voir schéma ci-dessous).



Il utilise le procédé suivant pour placer son logo rectangulaire IJKL sur une voile triangulaire ABC :

- placer le point D sur [BC] tel que BD est égale à un quart de BC
- placer le point I sur [AB], tel que la distance de I à [AB] soit de 40 cm
- placer le logo rectangulaire IJKL tel que (IL) et (BC) soient parallèles et que K appartienne à [AC].

- Réaliser une figure à l'échelle $\frac{1}{20}$ dans le cas où ABC est un triangle rectangle isocèle en B tel que $BC = 3,6$ m.
- Calculer l'aire de son logo dans ce cas.