

# RALLYE MATHÉMATIQUE DU CENTRE ET DU CONGO

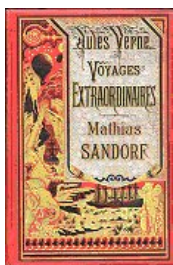
## Épreuve préparatoire - Décembre 2016

Il est rappelé que toute réponse devra être accompagnée d'une justification.  
 Les solutions partielles seront examinées.  
 Bon courage et rendez-vous le 14 mars pour l'épreuve officielle.

### Exercice n°1

### Le cache secret, le message se transforme

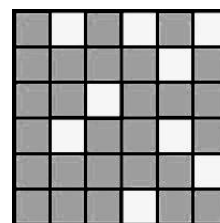
8 points



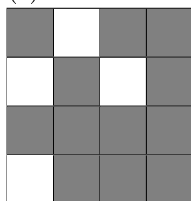
Après avoir lu le roman Mathias Sandorf de Jules Verne, Maxence et Sarah décident d'utiliser le même système de codage que celui évoqué dans le livre pour s'écrire des messages secrets.

Le principe de ce codage est le suivant : on utilise un cache secret et une grille  $4 \times 4$ ,  $5 \times 5$ ,  $6 \times 6$  ... selon la longueur du message. Le cache, de même dimension que la grille, possède des trous, comme celui du roman de Jules Verne (voir ci-contre).

Sur l'exemple ci-dessous on illustre comment le message « VIVE LE RALLYE MATH » est codé en « LVEL IMVR ALAY ETEH ».

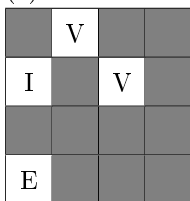


(1)



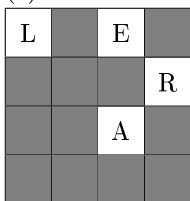
(1) Position initiale d'un cache  $4 \times 4$  sur une grille vide.

(2)



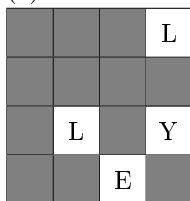
(2) On écrit les premières lettres du message dans les cases vides.

(3)

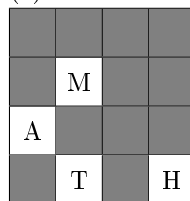


(3) Puis on fait tourner le cache d'un quart de tour dans le sens des aiguilles d'une montre. On continue de remplir le message. (4) On refait tourner le cache et on continue d'écrire. (5) On tourne de nouveau le cache et on finit d'écrire le message.

(4)



(5)



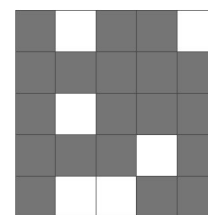
(6)

L	V	E	L
I	M	V	R
A	L	A	Y
E	T	E	H

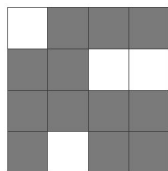
(6) On enlève le cache et on obtient le message codé.

1. Afin de convenir d'un rendez-vous avec Sarah, Maxence désire coder le message suivant « A QUEL ENDROIT SE RENCONTRER ? » à l'aide de son cache  $5 \times 5$  représenté ci-contre dans sa position initiale.

Quel message va-t-il envoyer à Sarah ? (Il place le ? au centre du carré)



2.

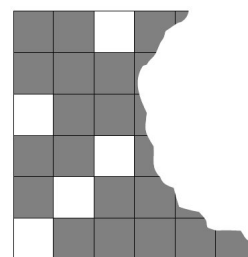


Sarah lui renvoie le message suivant « RTUR EEDV CHSA UPDA ».

Quel message va décrypter Maxence à l'aide de son cache  $4 \times 4$  représenté ci-contre dans sa position initiale ?

3. Pour écrire des messages plus longs, Maxence utilise un cache  $6 \times 6$  possédant 9 trous, cache qu'il a malheureusement abîmé. Voici le morceau restant représenté dans sa position initiale.

Reconstituer le cache.



**Exercice n°2****Les âges carrément parfaits****5 points**

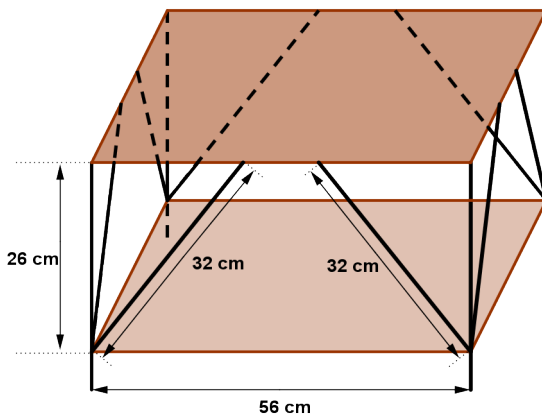
Maëlle qui aime beaucoup les mathématiques vient de fêter ses dix ans. Elle remarque que si elle écrit à la suite, l'un derrière l'autre, l'âge de sa grande sœur Pauline puis celui de son grand frère Guillaume, on obtient un carré parfait (c'est à dire le carré d'un nombre entier).

Elle a aussi remarqué que, curieusement, dans 31 ans, leurs âges rangés dans le même ordre formeront un autre carré parfait de quatre chiffres.

Quels sont les âges de Pauline et Guillaume ?

**Exercice n°3****Casier judicieux****8 points**

Christelle a dans son salon une table basse carrée comme celle qui est représentée ci-dessous. Elle est composée de deux plateaux en bois reliés par des tubes métalliques. Les dimensions sont données sur la figure.



Elle souhaite utiliser le plateau du dessous pour mettre un casier afin de ranger des magazines. Elle a donc acheté un casier qui a la forme d'un pavé droit, ouvert sur le dessus, dont le fond a pour dimensions 30 cm sur 45 cm et dont la hauteur mesure 17 cm.

Elle veut introduire le casier par un côté de la table en le faisant glisser sur le plateau du dessous. Il n'est pas question de l'incliner pour le faire rentrer.

Le casier que Christelle a acheté convient-il ?

**Exercice n°4****Jours fériés bien placés !****5 points**

Le 11 novembre 2016, Margot fête ses 9 ans avec toute sa famille. Nostalgique, sa maman se souvient que le jour de sa naissance était un dimanche férié.

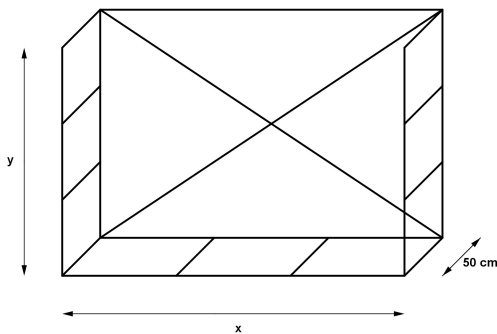
Son papa lui rappelle que toutes les années ne peuvent pas être aussi exceptionnelles que l'année 2002 pour la position de certains jours fériés. En effet, cette année-là, ni le 1er janvier, ni le 1er mai, ni le 8 mai, ni le 15 août, ni le 1er novembre, ni le 11 novembre, ni le 25 décembre ne tombaient un samedi ou un dimanche.



1. Le 1er janvier 2002 était un mardi. À quels jours de la semaine correspondaient les 1er mai, 8 mai, 15 août, 1er novembre, 11 novembre et 25 décembre ?
2. L'année 2024 (année bissextile) sera aussi exceptionnelle que l'année 2002. À quel jour de la semaine correspondra le 1er janvier 2024 ?

**Exercice n°5****Bûche, ô ma bûche!****8 points**

Une entreprise veut fabriquer une structure en tubes métalliques pour contenir un volume de  $1 \text{ m}^3$  afin de stocker des bûches de 50 cm de long. Le plan défini pour la structure est le suivant :



1. Quelle est la longueur totale de tubes métalliques nécessaires si  $x$  est égal à 1 m? à 2 m?
2. Déterminer l'arrondi au cm des dimensions  $x$  et  $y$  de la structure qui minimisent la longueur totale de tubes métalliques.

**Exercice n°6****Le cube lâche le bouillon****8 points**

Un réservoir cubique de 1 m de côté possède sur sa face supérieure une ouverture circulaire de 40 cm de diamètre, dont le centre est le même que celui du carré. Il contient 305 L d'eau.

1. On bascule avec précaution le réservoir sur le côté autour de l'arête  $[AB]$ . Que se passe-t-il?
2. Le réservoir est ensuite incliné selon un angle de  $60^\circ$  en le faisant basculer autour de l'arête  $[CD]$ . Il est maintenu dans cette position jusqu'à l'arrêt de l'écoulement.
  - (a) On le remet dans sa position initiale. Quelle est la hauteur de l'eau restant dans le cube? *On donnera la réponse en cm, arrondie au dixième.*
  - (b) De quel angle aurait-il fallu incliner le cube pour qu'il restât 100 L?

