

Rallye mathématique du Centre et du Congo

Épreuve officielle

Mardi 15 mars 2016

Il est rappelé que toute réponse devra être accompagnée d'une justification.
Les solutions partielles seront examinées.

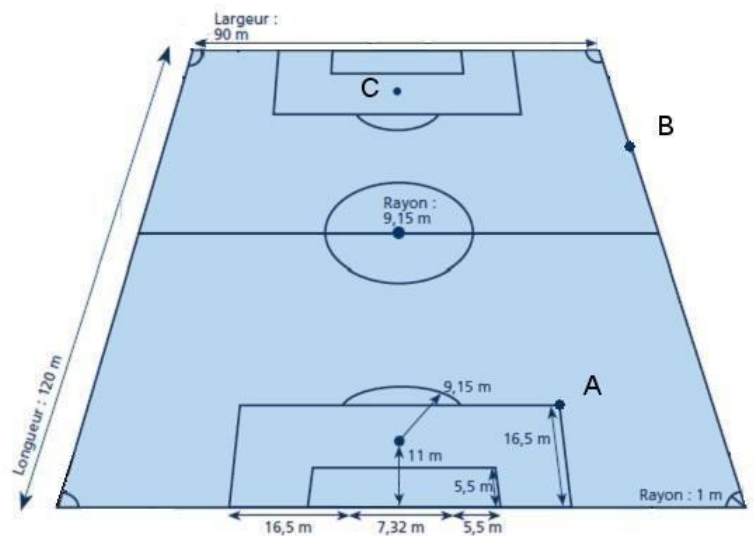
Exercice n°1

Les lignes du terrain

12 points

Jérôme et son collègue Florent sont jardiniers pour un club de football. En début de saison, la pelouse est refaite. Ils doivent donc refaire le traçage total du terrain.

1. Reproduire à l'échelle 1/400 la moitié de ce terrain de football avec toutes ses lignes, ce qui correspond au camp d'une équipe.
2. Quelle est la longueur totale des lignes à tracer par les deux jardiniers? (arrondir au dm près)
3. Le terrain est prêt à recevoir les joueurs, l'entraînement peut commencer.
L'entraîneur souhaite travailler un schéma tactique particulier dans lequel un joueur A envoie le ballon sur un joueur B placé sur la ligne de touche qui doit ensuite l'envoyer au joueur C placé au point de pénalty adverse. Où le joueur B doit-il se placer sur la ligne de touche pour que le ballon parcoure le minimum de distance possible?



Exercice n°2

Les aventuriers de $\rho\lambda$

5 points

Sur l'île de $\rho\lambda$, deux équipes de 8 joueurs s'affrontent tous les trois jours lors d'une épreuve qui a toujours lieu l'après-midi. A l'issue de chaque épreuve un joueur est éliminé.

Le premier jour de l'aventure est distribué à chaque équipe un sac de 6 kg de riz. La première épreuve a lieu le troisième jour de l'aventure. Quand il reste 8 joueurs, le jeu devient individuel et le riz restant est mis en commun. L'aventure s'arrête quand il reste un seul joueur.

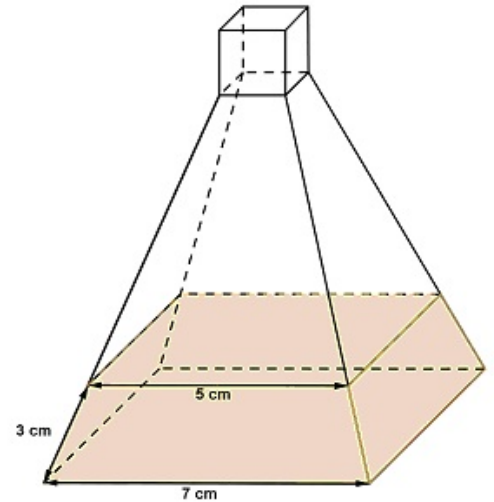
Tous les joueurs mangent la même quantité de riz chaque jour, lors d'un unique repas qui a lieu tous les matins. Les joueurs éliminés ne mangent plus de riz. Sachant qu'à la fin de l'aventure tout le riz a été consommé, quelle est la quantité quotidienne de riz que pourra manger un candidat?



Exercice n°3**Qui a raison ?****12 points**

Un flacon de parfum est constitué à partir d'une pyramide régulière à base carrée de côté 7 cm, tronquée en son sommet. Le bouchon du parfum qui est posé sur la pyramide tronquée est un cube. Ce flacon est largement entamé. Christelle affirme à Laëtitia qu'il reste assez de parfum dans le flacon pour se parfumer pendant un an à raison de quatre pulvérisations tous les matins. Laëtitia qui pense que ce n'est pas vrai a pris des mesures sur le flacon. Elles sont indiquées sur le schéma ci-contre. Elle a aussi trouvé sur internet qu'une pulvérisation envoie dans l'atmosphère environ 0,07 mL de parfum à chaque fois.

Qui a raison ?

**Exercice n°4****Le codage Fairplay de Playfair****9 points**

Le codage Playfair, a été popularisé par Lyon Playfair, mais il a été inventé par Sir Charles Wheatstone, un des pionniers du télégraphe électrique. Ce codage nécessite une grille 5×5 contenant 25 lettres. Pour la créer, on utilise les 26 lettres de l'alphabet auxquelles on enlève le W et on place les 25 lettres restantes dans un ordre que l'on choisit dans une grille 5×5 vierge. Pour le codage, on remplace les W du texte par des V. Le texte à coder est d'abord découpé en groupes de deux lettres à partir de la première. Si le nombre de lettres du texte est impair alors on ne code pas la dernière lettre. Ensuite, on code chaque couple de lettres en utilisant le principe décrit ci-dessous avec la grille donnée en exemple.

- Si deux lettres sont sur la même ligne, on prend les deux lettres qui les suivent immédiatement à leur droite. Exemples : FJ sera remplacé par US et VE par EC.
- Si deux lettres sont sur la même colonne, on prend les deux lettres qui les suivent immédiatement en dessous. Exemples : BJ sera remplacé par JL et RM par ID.
- Si les deux lettres sont identiques on les considère comme étant sur la même ligne, on prend donc deux fois la lettre qui suit à droite.
Exemples : AA sera remplacé par RR et ZZ par BB.
- Si les deux lettres ne sont ni sur la même colonne ni sur la même ligne (par exemple : O et K), elles sont donc sur les coins d'un rectangle, elles sont alors codées par les deux lettres figurant sur les deux autres coins du rectangle (donc V et A). La première des deux lettres codées est sur la même ligne que la première lettre à coder.
Exemples : BI devient DC, GO devient YV.

B	Y	D	G	Z
J	S	F	U	P
L	A	R	K	X
C	O	I	V	E
Q	N	M	H	T

A	R	K
O	I	V

Mathilde et Maëlle utilisent ce système de codage avec la grille ci-dessus pour communiquer en toute discrétion.

- Aider Maëlle à coder le message suivant : JE PEUX JOUER DEMAIN MATIN
- Décoder le message que Mathilde lui a envoyé en réponse : PCYIOFSRMIITOPZIEIMIS
- Les filles ont dû changer leur grille de codage. Mathilde envoie :
JTFDXQSXEKKQIYRKLKLU qui veut dire PEUT ETRE SAMEDI SOIR.
Compléter la grille ci-contre pour trouver la grille de codage utilisée par Mathilde.

		Z		
X				E
L	N			
O	C	M		
H	P	G	V	

Exercice n°5**Du rouge au vert****5 points**

Un jeu sur tablette tactile est basé sur un carré quadrillé dont les cases carrées peuvent prendre la couleur verte ou la couleur rouge. Lorsqu'on touche une case du doigt, la case touchée et les cases qui ont un côté commun avec elle changent de couleur. Celles qui n'ont aucun côté commun avec elle gardent leur couleur (y compris celles qui ont un sommet commun avec elle mais aucun côté commun).

En début de partie, toutes les cases sont rouges. Le joueur a gagné quand toutes les cases sont vertes.

1. Le niveau 1 se joue sur un rectangle composé de 4 cases.

a	b
c	d

Proposer une suite de coups permettant de gagner en un minimum de coups. La décrire avec les lettres identifiant les cases touchées.

2. Le niveau 2 se joue sur un rectangle composé de 9 cases.

a	b	c
d	e	f
g	h	i

Proposer une suite de coups permettant de gagner en un minimum de coups. La décrire avec les lettres identifiant les cases touchées.

Exercice n°6**Le jeu des cavaliers****6 points**

Le joueur dispose d'une grille de 8 colonnes sur 4 rangées et de 4 réglettes (les « cavaliers ») numérotées de 1 à 4. On a représenté ci-contre les cavaliers n°1, n°2, n°3 et n°4.

Par exemple, le cavalier n°4 est constituée de 5 cases, la première et la dernière portent le chiffre 4 et les cases centrales sont vides.

1	1			
2	/	2		
3	/	/	3	
4	/	/	/	4

Il s'agit de placer tous les « cavaliers » sur la grille sans chevauchement tel qu'il n'y ait qu'un cavalier par ligne et qu'un seul chiffre par colonne. Voici un exemple de position convenable avec une grille de 8 colonnes et 4 cavaliers numérotés de 1 à 4 :

4	/	/	/	4			
		3	/	/	3		
	2	/	2				
						1	1

Cette solution est représentée par le nombre suivant : 42 324 311.

- Quels sont les autres nombres solutions avec une grille de 8 colonnes et 4 rangées avec des cavaliers numérotés de 1 à 4 ?
- On dispose maintenant d'une grille de 10 colonnes et 5 rangées avec des cavaliers numérotés de 1 à 5. Quels sont les nombres solutions ?