

Rallye mathématique du Centre et du Congo

Épreuve officielle - Mardi 19 mars 2013

Il est rappelé que toute réponse devra être accompagnée d'une justification.
Les solutions partielles seront examinées.

Exercice n°1

A la pêche au moule

8 points

Afin de réaliser, pour ses nouveaux chocolats, un moule pyramidal à base rectangulaire dont les faces latérales sont des triangles rectangles, un pâtissier assemble huit tiges. Il dispose de deux tiges de 2,4 cm, de deux de 6 cm, d'une de 3,2 cm, d'une de 4 cm, d'une de 6,8 cm et d'une dernière plus longue. Il recouvre cet assemblage d'un revêtement plastique et y verse son délicieux chocolat.

1. Réaliser un patron du moule.
2. Quelle est la longueur exacte de la dernière tige ?
3. Quel volume de chocolat en mL faut-il pour fabriquer 100 chocolats ?

Exercice n°2

A côté de la plaque

5 points

Les numéros d'immatriculation en Epsilon sont composés de deux lettres et trois chiffres.

Les plaques sont immatriculées avec le système suivant :

de **AA-001** à **AA-999** puis de **AB-001** à **AB-999** on progresse jusqu'à **AZ-999**.

La suivante est **BA-001** et ainsi de suite.

Le 1er avril 2012, la dernière plaque mise en circulation fut **CK-854**.

Ce jour là, un accident survint dans le village de Sigmato.

Le chauffard responsable de l'accident s'enfuit à bord de son véhicule. Arrivé sur les lieux de l'accident, un gendarme enquêta.

1. Le gendarme interrogea M. Iota, témoin de l'accident.
Celui-ci ne se souvint que de la première lettre de la plaque : C .
Combien de véhicules immatriculés correspondent à cette information ?
 2. Le gendarme interrogea Mme Kappa. Celle-ci se souvint qu'il y avait le chiffre 7 dans le numéro d'immatriculation.
Avec cette nouvelle information, combien de véhicules immatriculés reste-t-il maintenant ?
 3. Puis le gendarme interrogea Mme Lambda. Celle-ci se souvint que la partie numérique de la plaque était palindromique (comme par exemple : 181, 525...).
- Enfin, combien de véhicules immatriculés suspects reste-t-il ?

Exercice n°3**Ce n'est pas du cinéma !****5 points**

Lors de l'exposition « Mathématiques, un dépaysement soudain » organisée par la Fondation Cartier pour l'art contemporain en 2011-2012, un jeu mathématique était proposé par l'acteur et cinéaste japonais Takeshi Kitano. Il s'agissait, en écrivant les nombres 1,2,3,4... dans l'ordre chacun une seule fois et en utilisant n'importe quel symbole parmi $+$ $-$ \times \div $()$ $\sqrt{\quad}$ de trouver une formule la plus courte possible dont le résultat était 2011, la longueur d'une formule étant le dernier entier utilisé.

Exemples de formules pour trouver 29 :

$$(1+2)^3 - 4 + 5 - 6 + 7 = 29 \text{ ou } 1^2 \times 3 + 4 \times 5 + 6 = 29 \text{ ou } 1 + 2^3 + 4 \times 5 = 29 \text{ ou } (1+2)^3 + \sqrt{4} = 29$$

La dernière formule est plus courte que les trois premières car elle n'utilise que les quatre premiers entiers.

1. Trouver une formule, la plus courte possible, qui donne comme résultat 28.
2. Trouver une formule, la plus courte possible, qui donne comme résultat 468.
3. Trouver une formule, la plus courte possible, qui donne comme résultat 2013.

Pour information :

468 classes sont inscrites à l'édition 2013 du Rallye Mathématique du Centre qui fête cette année son 28e anniversaire.

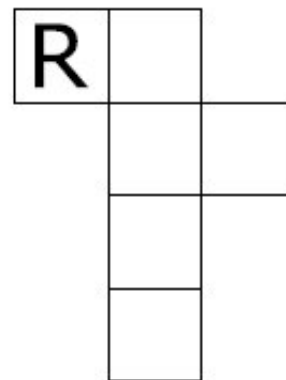
Exercice n°4**Les trois vues du cube****5 points**

Trois vues du même cube sont représentées ci-dessous.



Compléter le patron de ce cube, ici commencé.

Attention à l'orientation des lettres...

**Exercice n°5****Jeu du Potkimonte****8 points**

Le petit Alfred a reçu un jeu vidéo pour son anniversaire. Un des personnages du jeu gagne ou perd des points de vie (PV) en passant d'un niveau à l'autre. Le premier niveau est le numéro 1, il progresse d'un niveau à la fois.

Si son cumul de points de vie est strictement inférieur au niveau auquel il accède, il gagne alors autant de points de vie que le numéro de ce niveau. Dans le cas contraire il en perd autant que le nouveau niveau.

Voici l'évolution de son capital pour les premiers niveaux :

- Au niveau 1, il dispose de 1 PV ;
- Il passe au niveau 2 et gagne 2 PV car $1 < 2$ et a donc au total 3 PV.
- Il passe au niveau 3 et perd 3 PV car $3 \geq 3$ et a donc au total 0 PV.
- Il passe au niveau 4 et gagne 4 PV car $0 < 4$ et a donc au total 4 PV.
- Il passe au niveau 5 et gagne 5 PV car $4 < 5$ et a donc au total 9 PV.
- Il passe au niveau 6 et perd 6 PV car $9 \geq 6$ et a donc au total 3 PV.

1. Compléter ce tableau jusqu'au niveau 20.

niveau	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
PV	1	3	0	4	9	3															

2. Combien a-t-il de PV au niveau 39 ?
3. Que remarque-t-on aux niveaux 3, 12 et 39 ? A quel niveau suivant cela se reproduit-il ?
4. Au 2009e niveau, le personnage a 635 PV.
Combien en avait-il au niveau 2008 ? Combien en aura-t-il au niveau 2013 ?

Exercice n°6**In the pocket**

5 points



A 30 mm thick book is 125 mm wide and 200 mm long. We have three envelopes at our disposal, each with an opening on the top. They each measure:

- Envelope A: 170 mm wide, 210 mm long
- Envelope B: 160 mm wide, 220 mm long
- Envelope C: 150 mm wide, 230 mm long

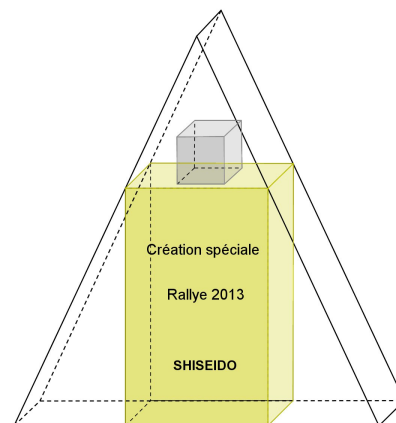
Which envelope(s) can contain the complete book?

**Exercice n°7****Un parfum de maths**

8 points

Une célèbre marque de parfum souhaite concevoir une boîte particulière pour le flacon contenant sa dernière création. Le flacon a la forme d'un pavé droit dont la longueur est 10 cm, la largeur est 6 cm et l'épaisseur est 3 cm. Il est surmonté d'un bouchon cubique de 2 cm de côté, centré sur sa face supérieure. La boîte choisie est un prisme dont la base est un triangle isocèle. Le flacon sera placé comme ci-contre à l'intérieur du prisme. Les coins supérieurs du flacon touchent les bords de la boîte et la profondeur de la boîte est égale à l'épaisseur du flacon.

Quel est le volume minimal de la boîte?

**Exercice n°8****Mais où est donc passée Argine ?**

8 points

Judith, Rachel et Pallas jouent aux cartes avec deux jeux de 52 cartes. Dans chaque jeu, il y a 4 couleurs (trèfle, carreau, cœur, pique) de 13 cartes chacune. Les 13 cartes sont classées par ordre de valeur comme ci-contre.



Voici les trois « mains » distribuées. La pioche est constituée du reste des cartes non distribuées.



Judith



Rachel



Pallas

1. Si Judith tire une carte en premier dans la pioche, quelle est la probabilité qu'elle tire une carte lui permettant de faire un carré? (Un carré est formé de 4 cartes de même valeur et de couleurs différentes, par exemple : 4 as $A♣ A♦ A♠ A♥$ obligatoirement de trèfle, carreau, pique et cœur.)
2. Si Rachel tire une carte en premier, quelle est la probabilité qu'elle tire une carte lui permettant de faire une tierce? (Une tierce est formée de 3 cartes de la même couleur qui se suivent, par exemple : $7♣ 8♣ 9♣$.)
3. Si Pallas tire une carte en premier, quelle est la probabilité qu'elle tire une carte lui permettant de faire une quinte? (Une quinte est formée de 5 cartes de la même couleur qui se suivent, par exemple : $9♥ 10♥ V♥ D♥ R♥$.)